

UNIDAD DIDÁCTICA VIII

TÍTULO DE LA UNIDAD: “Resaltamos nuestro espíritu navideño, promovemos el emprendimiento en nuestras familias y comunidad para luchar contra la pobreza”

I. INFORMACIÓN GENERAL:

1.1. GRE:	Arequipa	1.2. UGEL:	Condesuyos
1.3. Institución Educativa:	41511 “Libertadores de América”	1.4. Área:	Matemática
1.5. Director:	Ángel Walter Mamani Cuevas	1.6. Docentes Responsables:	Gladis Roxana Ancalla Huamani
1.7. Ciclo y nivel:	VII – Secundaria menores	1.8. Grado y sección:	Tercero “B”
1.9. Fecha	Del 24 de Noviembre al 20 de Diciembre	1.10. Turno	Tarde

II. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

En la Institución Educativa 41511 “Libertadores de América”, se acerca la temporada navideña y en tu comunidad varias familias buscan generar ingresos adicionales para mejorar su economía y enfrentar la pobreza. Para apoyar esta iniciativa, los estudiantes de tercer grado deciden organizar una feria navideña de emprendimientos, donde ofrecerán productos elaborados por ellos mismos o por sus familias (adornos, panetones artesanales, chocolatadas, tarjetas, manualidades, etc.).

Sin embargo, para que la feria sea exitosa, necesitan planificar y tomar decisiones basadas en conceptos matemáticos. Por ejemplo:

_Determinar cuánta materia prima comprar para un producto cuya producción depende de una relación cuadrática entre cantidad y costo.

_Estimar, mediante probabilidades, cuántos productos podrían vender según la demanda de años anteriores o encuestas realizadas en la institución.

_Identificar patrones en diseños repetitivos para elaborar adornos, tarjetas o empaques de forma más eficiente y económica.

Los estudiantes deberán analizar estos datos para proponer estrategias que permitan obtener ganancias, apoyar la economía familiar y fortalecer el espíritu navideño solidario hacia quienes más lo necesitan.

Reto: Organiza, junto con tu grupo, un emprendimiento para la feria navideña. Para ello deberán:

_Modelar una situación usando ecuaciones cuadráticas, por ejemplo, costos o ganancias según la cantidad de productos.

_Interpretar probabilidades para estimar ventas o riesgos (productos que pueden sobrar, pérdidas, etc.).

-Reconocer y crear patrones en los diseños navideños que optimicen materiales y tiempo.

_Presentar una propuesta que explique cómo su emprendimiento puede contribuir a la economía familiar y apoyar a la comunidad en Navidad.

III. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA/ CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio ▪ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	<u>ECUACIONES CUADRÁTICAS</u> <input type="checkbox"/> Definición de una ecuación cuadrática. <input type="checkbox"/> Resolvemos ecuaciones cuadráticas por factorización, completando	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconoce una ecuación cuadrática a partir de su forma general $ax^2 + bx + c = 0$ identificando los coeficientes y verificando que $a \neq 0$. ▪ Distingue ecuaciones cuadráticas de expresiones lineales u otras ecuaciones, explicando con claridad las características que la diferencian.

<ul style="list-style-type: none"> ▪ Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. ▪ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ▪ Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. <p>Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades. ▪ Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. ▪ Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. ▪ Sustenta conclusiones o decisiones en base a información obtenida. 	<p>cuadrado fórmula general.</p> <p><u>PATRONES</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Patrones numéricos y secuencias. <input type="checkbox"/> Término general de una secuencia. <input type="checkbox"/> Progresiones y series aritméticas. <input type="checkbox"/> Progresiones y series geométricas. <p><u>PROBABILIDADES</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Definición de espacio muestra y sucesos. <input type="checkbox"/> Probabilidad de un suceso simple. <input type="checkbox"/> Probabilidad compuesta. 	<p>con situaciones contextualizadas del emprendimiento (por ejemplo, modelos de costo/ganancia, área de empaques, o producción óptima), explicando por qué la relación es de segundo grado.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aplica la factorización adecuada (trinomio, diferencia de cuadrados, caso especial) para resolver ecuaciones cuadráticas simples. ▪ Comprueba sus soluciones sustituyendo en la ecuación original. ▪ Interpreta los resultados en situaciones del emprendimiento (por ejemplo, cantidad de productos donde el costo y la ganancia se equilibran). ▪ Transforma una ecuación cuadrática en una expresión equivalente mediante el método de completar cuadrados. ▪ Resuelve la ecuación obtenida y explica los pasos realizados con claridad. ▪ Justifica cuándo este método es útil (por ejemplo, para analizar modelos simétricos o máximos y mínimos). ▪ Utiliza la fórmula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para resolver ecuaciones cuadráticas de distinto nivel de complejidad. ▪ Interpreta el valor de la discriminante para determinar el número de soluciones posibles. ▪ Explica el significado de las soluciones dentro de un contexto (por ejemplo, cantidad óptima de producción o puntos donde el beneficio es cero). ▪ Identifica y continúa patrones numéricos presentes en situaciones del emprendimiento (por ejemplo, incremento diario en la producción de productos navideños). ▪ Clasifica patrones como crecientes, decrecientes o alternados y justifica la regla que siguen. ▪ Modela situaciones reales usando secuencias que describen cantidades de materiales, producción o ventas durante la feria navideña. ▪ Expresa una secuencia mediante su término general, explicando la relación entre la posición del término y su valor. ▪ Calcula términos específicos usando el término general (por ejemplo, “hallar la cantidad producida el día 10 si sigue un patrón establecido”). ▪ Verifica si un número pertenece o no a una secuencia aplicando adecuadamente el término general. ▪ Reconoce una progresión aritmética en situaciones contextualizadas (por ejemplo, aumento fijo de ventas por día). ▪ Determina términos y sumas de progresiones aritméticas empleando fórmulas apropiadas. ▪ Interpreta los resultados obtenidos para tomar decisiones en su emprendimiento (como prever ingresos totales o materiales necesarios). ▪ Identifica progresiones geométricas en situaciones reales (por ejemplo, multiplicación de diseños o duplicación de productos). ▪ Calcula términos y sumas de series geométricas aplicando la razón correspondiente. ▪ Analiza cómo una tasa de crecimiento multiplicativa puede influir en la producción o ganancias en la feria navideña.
--	--	---

		<p>.....perimento aleatorio del estudio de una muestra; las distingue como suceso seguro y suceso imposible según sea más apropiado.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa el significado de un experimento aleatorio en relación al espacio muestral y la probabilidad de sucesos independientes de una situación aleatoria; usando diversas representaciones gráficas. ▪ Selecciona estrategia y métodos para recopilar y organizar de manera adecuada datos de variables cualitativas y cuantitativas, en una muestra pertinente al objetivo del estudio y a la población estudiada. ▪ Selecciona estrategias y procedimientos para hallar la probabilidad de sucesos independientes usando sus propiedades. ▪ Plantea afirmaciones, conclusiones e inferencias sobre las características de la población estudiada o de eventos aleatorios que suceden en estas. ▪ Identifica correctamente el espacio muestral y los tipos de sucesos (simples, compuestos, seguros, imposibles) en situaciones vinculadas a la feria navideña. ▪ Representa el espacio muestral de un experimento aleatorio usando listados, tablas o diagramas, explicando con claridad cada resultado posible. ▪ Formula sucesos relevantes para el emprendimiento (por ejemplo, “vender al menos 10 panetones en la primera hora”) y justifica por qué pertenecen al espacio muestral. ▪ Calcula la probabilidad de un suceso simple utilizando la regla: $P(A) = \text{casos favorables} / \text{casos posibles}$ y explica su procedimiento con un ejemplo de la feria (por ejemplo, “probabilidad de que un cliente elija una tarjeta roja entre 5 colores disponibles”). ▪ Interpreta el valor obtenido de la probabilidad (0 a 1) para tomar decisiones en su emprendimiento (por ejemplo, elegir qué producto producir en mayor cantidad). ▪ Compara probabilidades simples y argumenta cuál es más conveniente en el contexto del emprendimiento navideño. ▪ Describe situaciones donde ocurren dos o más sucesos y determina si son dependientes o independientes (por ejemplo, “que un cliente compre primero un adorno y luego una tarjeta”). ▪ Aplica reglas de la probabilidad compuesta (multiplicación o suma, según corresponda) para resolver problemas reales de ventas en la feria. ▪ Explica con sus propias palabras cómo la probabilidad compuesta ayuda a anticipar escenarios (como ventas simultáneas, promociones, sorteos o combinaciones de productos)
<p>SE DESENVUELVE EN ENTORNOS VIRTUALES GENERADOS POR LAS TIC</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Gestiona información del entorno virtual. ● Interactúa en entornos virtuales. 	<p style="text-align: center;">DESEMPEÑOS</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Clasifica información de diversas fuentes y entornos teniendo en cuenta la pertinencia y exactitud del contenido reconociendo los derechos de autor. ● Participa en actividades interactivas y comunicativas de manera pertinente cuando expresa su identidad personal y sociocultural en entornos virtuales determinados, como redes virtuales, portales educativos y grupos en red. 	<p style="text-align: center;">MATERIALES Y/O RECURSOS</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Internet ● Laptop ● Computadoras

<p>GESTIONA SU APRENDIZAJE DE MANERA AUTÓNOMA</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Define metas de aprendizaje. ● Organiza acciones estratégicas para alcanzar sus metas de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Determina conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de la tarea, formulándose preguntas de manera reflexiva. ● Organiza un conjunto de estrategias y procedimientos en función del tiempo y de los recursos de que dispone para lograr las metas de aprendizaje de acuerdo con sus posibilidades. 	<p>s tareas</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Emplea estrategias para realizar sus tareas ● Evalúa sus tareas
---	---	--

ENFOQUE TRANSVERSAL	EJEMPLO DE ACTIVIDADES OBSERVABLES		
	VALORES	ACTITUDES QUE SUPONEN	SE DEMUESTRA CUANDO
Enfoque Búsqueda de la Excelencia	Flexibilidad y apertura.	Disposición para adaptarse a los cambios, modificando si fuera necesario la propia conducta para alcanzar determinados objetivos cuando surgen dificultades, información no conocida o situaciones nuevas.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Docentes y estudiantes comparan, adquieren y emplean estrategias útiles para aumentar la eficacia de sus esfuerzos en el logro de los objetivos que se proponen. ▪ Docentes y estudiantes demuestran flexibilidad para el cambio y la adaptación a circunstancias diversas, orientados a objetivos de mejora personal o grupal.
	Superación personal.	Disposición a adquirir cualidades que mejoraran el propio desempeño y aumentarán el estado de satisfacción consigo mismo y con las circunstancias.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Docentes y estudiantes utilizan sus cualidades y recursos al máximo posible para cumplir con éxito las metas que se proponen a nivel personal y colectivo. ▪ Docentes y estudiantes se esfuerzan por superarse, buscando objetivos que representen avances respecto de su actual nivel de posibilidades en determinados ámbitos de desempeño.

IV. SECUENCIA DE SESIONES DE APRENDIZAJE

SESIÓN 1 (02 HORAS)	SESIÓN 2 (02 HORAS)
Título de la sesión: Aplicamos la Resolución de ecuaciones cuadráticas incompletas.	Título de la sesión: Aplicamos la Resolución de ecuaciones cuadráticas completas.
<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. -Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Ecuación cuadrática completa e incompleta --Ecuaciones incompletas --Ecuaciones completas <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comentamos que durante algunas fechas, como la temporada de vacaciones escolares, Fiestas Patrias o Navidad, los precios de los pasajes terrestres o aéreos 	<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> -Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. -Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. -Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Resolución de ecuaciones cuadráticas completas --Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización. --Resolución de ecuaciones cuadráticas por fórmula general.

<p>aumentan considerablemente la demanda de personas que viajan. Comunicamos que las ecuaciones cuadráticas permiten modelar situaciones que requieren determinar ganancias máximas o mínimas. Luego de dar lectura a la definición de ecuación cuadrática, preguntamos: ¿Qué diferencia existe entre una ecuación cuadrática y una ecuación de primer grado? ¿Por qué el coeficiente del término cuadrático no puede ser cero? (Porque al ser coeficiente de x^2 se obtendría $0 \cdot x^2 = 0$, con lo cual la ecuación quedaría reducida a una de primer grado).</p> <p>-Resaltamos que los coeficientes de una ecuación cuadrática son números reales, no necesariamente enteros, y que la ecuación es de segundo grado por la existencia del término cuadrático y no por el número de términos.</p> <p>-En el segundo caso, preguntamos: ¿Qué representan a y c? (a es el coeficiente del término cuadrático y c es el término independiente). ¿Cómo se resuelve la ecuación cuadrática? (Extrayendo la raíz cuadrada del cociente entre el opuesto del término independiente y el coeficiente del término cuadrático). ¿Por qué se anteponen los signos “más” y “menos” a la raíz? (Porque se obtienen dos raíces opuestas en la raíz cuadrada de un número positivo). -En el ejemplo, motivamos a los estudiantes a resolver las ecuaciones propuestas en la parte inferior para asegurar la comprensión del ejemplo. Realice aclaraciones si fuera necesario. En el ejemplo siguiente, hacemos notar la conexión de la matemática con otras ciencias, como la física, específicamente en la caída libre de los cuerpos.</p> <p>-Para el tercer caso, resaltamos que, una vez factorizadas las ecuaciones, estas son simples de resolver. Es suficiente con que se den cuenta de que si el producto es cero, al menos uno de los factores será cero.</p> <p>-Concluimos indicando que las ecuaciones cuadráticas pueden ser completas o incompletas. Mencionamos que en la resolución de ecuaciones incompletas se presentan tres casos y se pueden obtener como máximo dos soluciones.</p>	<p>pletas por método gráfico.</p> <p>Actividades</p> <p>-A partir de las ecuaciones cuadráticas de las actividades 5 a la 8, pedimos a los estudiantes que identifiquen cuáles son completas y cuáles son incompletas. Invitamos a resolver las ecuaciones incompletas para recuperar sus conocimientos previos. Tomamos en cuenta el esquema que se presenta en “Importante”. Preguntamos: ¿Cómo se pueden factorizar las ecuaciones cuadráticas completas propuestas? (Por el método del aspa simple).</p> <p>-Motivamos a justificar cada uno de los procesos empleados para dar solución a la situación inicial. Hacemos notar que en algunos casos la solución negativa que es solución de la ecuación cuadrática no es solución del problema dado su contexto; por ejemplo, en el caso de medidas, precios, edades, etc. Solicitamos que mencionen más ejemplos.</p> <p>-Hacemos recordar que existen diversos métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. Mencionamos que la fórmula general se puede aplicar para cualquiera de los distintos tipos de ecuaciones, en especial, en los trinomios que no pueden ser factorizados. Previamente al ejemplo, presentamos una ecuación de diferentes maneras para que identifiquen sus coeficientes. Hacemos notar la importancia del valor del radicando $b^2 - 4ac$, ya que de él depende el número de soluciones de la ecuación.</p> <p>-En las actividades, destacamos que, para aplicar la fórmula general, las ecuaciones deben ser de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Por ello, primero deben realizar las operaciones indicadas en cada ecuación. Asociamos el desarrollo del ejemplo con las actividades.</p> <p>-Resaltamos que la gráfica de una ecuación cuadrática es una parábola y que los puntos de corte de la parábola con el eje X son las raíces de la ecuación. Proponemos las actividades propuestas en la parte inferior del ejemplo.</p> <p>-Motivamos a ampliar el organizador propuesto en el margen. Indicamos que incluyan los métodos empleados para cada caso con sus respectivos ejemplos.</p>
SESIÓN 3 (02 HORAS)	SESIÓN 4 (02 HORAS)
Título de la sesión: Resolvemos Raíces de una ecuación cuadrática	Título de la sesión: Hallamos la Determinación de una ecuación cuadrática
<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <p>-Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</p> <p>-Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</p> <p>-Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia</p>	<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <p>-Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</p> <p>-Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</p> <p>-Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia</p>

Conocimientos

- Raíces de una ecuación cuadrática
- Número de raíces de una ecuación cuadrática
- Suma de las raíces (S)
- Producto de las raíces (P)

Actividades

-Mencionamos que una aplicación típica de la ecuación cuadrática o de segundo grado es la descripción del movimiento de un cuerpo al ser lanzado: una jabalina, una pelota de tenis o, incluso, el propio cuerpo de un atleta al dar un salto. Planteamos a los estudiantes ecuaciones cuadráticas que tengan dos raíces, una y ninguna. Luego, indicamos que hallen la suma y el producto de dichas raíces. Organizamos en una tabla la información dada por los estudiantes.

Ecuación	Coeficientes			Raíces	Suma de raíces	Producto de raíces
	a	b	c			
$5x^2 - 10x = 0$	5	-10	0	0 y 2	2	0
$8 + 18x^2 + 24x = 0$	18	24	8	$-2/3y - 2/3$	-4/3	4/9
$2x^2 + 6 = 4x$	2	-4	6	No tiene	-	-

-Preguntamos: ¿Qué método aplicaron para resolver la tercera ecuación? (Fórmula general). ¿Por qué no tiene solución en IR? (Porque la raíz cuadrada de un número negativo no existe). Si considera pertinente, proponga actividades de cálculo mental para que interioricen que no existe un número real que elevado al cuadrado resulte un número negativo. Por ejemplo: $(-3)^2 = +9$; $(+5)^2 = +25$.

-Luego de dar lectura a la información referida al número de raíces, escribimos la fórmula general y su equivalente: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$. Verificamos la comprensión de la información a partir de las siguientes preguntas: Si el valor de la discriminante es 3, ¿Cuántas raíces se obtienen? (2 raíces distintas). Si el valor de la discriminante es negativo, ¿Cuántas raíces tiene la ecuación? (Ninguna). Dejamos en claro que, cuando la discriminante es mayor que cero, se obtienen dos raíces: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ y $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$; cuando el discriminante es cero, se anula la raíz de modo que la fórmula general queda reducida a $x = -b/(2a)$ y se obtiene una sola raíz, y cuando el discriminante es negativo, la ecuación cuadrática no tiene solución, ya que no existe la raíz cuadrada de un número negativo.

-Asociamos las actividades del ejemplo con sus respectivas comprobaciones gráficas que se encuentran en el margen. Hacemos notar a los estudiantes que, en la representación gráfica de la tercera ecuación, la parábola no se corta con el eje X, es decir, no tiene solución. Pedimos que desarrollen las actividades.

-En el ejemplo, hacemos recordar que se puede determinar la forma de la gráfica sin realizarla, ya que cuando $a < 0$, las ramas de la parábola se abren hacia abajo. Invitamos a realizar la actividad propuesta en "Comunica". Motivamos a desarrollar

-Determinación de una ecuación cuadrática

Actividades

-Indagamos sobre algunos conceptos que se mencionan en la presentación inicial, ya que serán necesarios para la comprensión del tema. Preguntamos: ¿Qué forma tiene una ecuación cuadrática? ($ax^2 + bx + c = 0$). ¿Cómo se llama cada uno de los términos de la ecuación cuadrática? (Término cuadrático, término lineal y término independiente, respectivamente). ¿Cómo se calcula la suma y el producto de raíces? (Hallando $-b/a$ y c/a). ¿Cuándo se dice que dos ecuaciones cuadráticas son equivalentes? (Cuando tienen las mismas raíces). ¿Cómo se pueden obtener ecuaciones equivalentes? (Multiplicando o dividiendo a todos los términos de una ecuación por un mismo número). ¿Las ecuaciones $2x^2 + 6x - 10 = 0$ y $x^2 + 3x - 5 = 0$ son equivalentes? (Sí, porque la segunda ecuación se obtiene dividiendo la primera entre 2).

-En el ejemplo, preguntamos: ¿Cómo se obtiene el coeficiente del término lineal? (Colocando el opuesto de la suma de las raíces). ¿A qué es igual el término independiente? (Al producto de las raíces de la ecuación). ¿Cómo se obtuvieron ecuaciones equivalentes? (Multiplicando la segunda ecuación cuadrática por 5, y la tercera, por 2). Resaltamos que en el ejemplo se necesita hallar la suma y producto de las raíces para formar la ecuación.

-Previo al análisis del ejemplo, proponemos situaciones para que calculen mentalmente. Por ejemplo: Se sabe que el producto de dos números es 10. Si uno de ellos es 2, ¿Cuál es el otro? (5). El término independiente asociamos con el producto de dos números. En el ejemplo, enfatizamos en que con los valores de r, se puede hallar el valor m como la suma de las raíces ($4 + 2(4) = 12$ o $-4 + 2(-4) = -12$). Pedimos que realicen las actividades.

-Proponemos que realicen las actividades 1 a la 10. Al finalizar, solicitamos que intercambien su cuaderno con el de algún compañero para la respectiva revisión. Concluimos mencionando que una ecuación cuadrática se puede determinar conociendo la suma y el producto de sus raíces.

-Se les dará a los estudiantes

Actividades Complementarias

1. Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

<p>las actividades y, luego, ... procedimientos y respuestas.</p> <p>-Aprovechamos el ejemplo para resaltar que es posible calcular la suma y el producto de las raíces de cualquier ecuación sin necesidad de resolverla. Pedimos que desarrollen las actividades para que comprueben los resultados de ambas formas (resolviendo la ecuación y aplicando las fórmulas respectivas); esto les permitirá inferir conclusiones sobre ambos procedimientos y ejercitar su capacidad de toma de decisiones acerca de cuál método se ajusta mejor a su ritmo y estilo de aprendizaje.</p> <p>-Luego de revisar el ejemplo, formamos equipos de trabajo y proponemos que desarrollen las actividades con la finalidad de compartir estrategias.</p> <p>-Permitimos que los estudiantes verbalicen las fórmulas de la suma y producto de raíces. (La suma de las raíces es igual al coeficiente de x con signo cambiado dividido entre el coeficiente de x^2. El producto de las raíces es igual al término independiente dividido entre el coeficiente de x).</p> <p>-Realizamos la metacognición a través de las siguientes preguntas: ¿Qué aprendí hoy? ¿Qué dificultades tuve? ¿Cómo las superé?</p>	<p>... para resolver una ecuación cuadrática por factorización, se obtienen distintos valores que al aplicar la fórmula general. ()</p> <p>b) En $x^2 = 12x - 9$, $a = 1$, $b = -12$ y $c = 9$. ()</p> <p>c) La fórmula general no es aplicable a la ecuación $6x^2 = 216$. ()</p> <p>d) En una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, b^2 siempre es positivo. ()</p> <p>e) En una ecuación cuadrática, el coeficiente del término cuadrático es cero. ()</p> <p>f) En un sistema de coordenadas cartesianas, las raíces de la ecuación cuadrática corresponden al punto de corte de la parábola con el eje X. ()</p> <p>2. Relaciona cada ecuación cuadrática con el desarrollo de la fórmula que le corresponda</p> <p>I. $2x^2 + 7x = -6$ II. $6 = -2x^2 + 7x$ III. $7x - 6 = 2x^2$ IV. $6 - 7x + 2x^2 = 0$</p> <p>A. $\frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(2)(6)}}{4}$ B. $\frac{-7 \pm \sqrt{49 + 4(2)(6)}}{4}$ D. $\frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(6)}}{4}$ E. $\frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(2)(6)}}{4}$ C. $\frac{7 \pm \sqrt{49 + 4(2)(6)}}{4}$</p>
---	---

SESIÓN 5 (02 HORAS)	SESIÓN 6 (02 HORAS)
----------------------	----------------------

<p>Título de la sesión: Hallamos Sucesiones crecientes y decrecientes</p> <p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <p>-Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. -Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. -Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</p> <p>Conocimientos --Sucesiones crecientes y decrecientes --Sucesiones --Sucesiones crecientes --Sucesiones decrecientes</p> <p>Actividades -Centramos la atención de los estudiantes. Luego, comentamos que una sucesión es estrictamente creciente si cada término es mayor o igual que el anterior, es decir, $a_{n+1} \geq a_n$, y es estrictamente decreciente si cada término de la sucesión es menor que el anterior, es decir, $a_{n+1} < a_n$. -Enfatizamos en el concepto y las características de una sucesión: se llama sucesión a un conjunto de</p>	<p>Título de la sesión: Resolvemos Progresiones Geométricas</p> <p>Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <p>-Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. -Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</p> <p>Conocimientos --Progresión geométrica --Término general (a_n) --Suma de términos de una PG --Producto de los términos equidistantes de los extremos --Producto de los n primeros términos de una progresión geométrica</p> <p>Actividades -Pedimos que recorten un cuadrado de 16 cm de lado y calculen su área ($16^2 = 256 \text{ cm}^2$). Luego, solicitamos que marquen los puntos medios de cada lado, los unan de modo que formen un nuevo cuadrado dentro del primero y calculen su área ($(8\sqrt{2})^2 = 128 \text{ cm}^2$). Nuevamente, pedimos que marquen los puntos medios de cada lado del nuevo cuadrado, los unan de modo que formen un tercer</p>
---	---

<p>números dispuestos uno a continuación, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Los términos de la sucesión son $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, etc. El subíndice indica el lugar en el que se encuentra el término de la sucesión; por ejemplo, a_3 es el tercer término de la sucesión. El término general es a_n y es un criterio que nos permite determinar cualquier término de la sucesión. Por ejemplo, si $a_n = 2n - 1$, se pueden determinar los 5 primeros términos de la sucesión. (1; 3; 5; 7; 9). Resaltamos que no todas las sucesiones tienen término general. Por ejemplo, la sucesión de los números primos: 1; 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17...</p> <p>-En el ejemplo, hacemos notar que, a partir de los términos de una sucesión, es fácil determinar si esta es creciente o decreciente. Para determinar el término general, es necesario analizar la regularidad. Mostramos el proceso en ambos casos. Finalmente, enfatizamos en que, a partir del término general, es posible calcular cualquier término de la sucesión.</p> <p>-Aprovechamos el ejemplo para mostrar cómo por simple inspección es posible determinar el término general de la sucesión.</p> <p>-Proponemos que den solución a las actividades 1 a la 11. Resaltamos que, cuando los términos son fraccionarios, se deben analizar el numerador y el denominador.</p> <p>-Solicitamos que desarrollen las actividades 1 a la 6 con la finalidad de consolidar los aprendizajes.</p>	<p>... calculen su área ($8^2 = 64 \text{ cm}^2$). Motivamos a realizar un proceso similar y a determinar las áreas de los tres cuadrados siguientes que se van formando dentro de cada cuadrado anterior. Luego, indicamos que representen las áreas de los cuadrados obtenidos: 256; 128; 64; 32; 16; 8; 4; ... Pedimos que busquen la regularidad entre los números escritos. (Cada término, menos el primero, se obtiene dividiendo el anterior entre 2). Destacamos que, como esta sucesión cumple con cierta regularidad especial, recibe el nombre de progresión geométrica, ya que cada término se obtiene multiplicando al anterior por una constante.</p> <p>-Presentamos el marco teórico y explicamos el procedimiento que deben seguir para obtener el término general de una progresión geométrica. Luego, identificamos dicha expresión, retomamos la actividad inicial para que la utilicen en el cálculo del área del décimo y vigésimo cuadrado ($0,5 \text{ cm}^2$ y $0,00049 \text{ cm}^2$). Aprovechamos el ejemplo 45 para mostrar cómo se aplica este tema en la ciencia. Motivamos a los estudiantes a investigar sobre los tipos de reproducción celular. Hacemos notar que en el ejemplo se presenta otra situación de entorno real, en este caso, la razón de crecimiento dada por una progresión geométrica permite calcular la cantidad de habitantes que habrá en un determinado momento.</p> <p>-Mostramos el marco teórico del producto de los términos equidistantes de los extremos y del producto de los n primeros términos de una progresión geométrica y su aplicación en los ejemplos. Hacemos referencia a la información sobre el cálculo del término central en una progresión geométrica de "Ten en cuenta".</p>
SESIÓN 7 (02 HORAS)	SESIÓN 8 (02 HORAS)
Título de la sesión: Aplicamos Experimento Aleatorio	Título de la sesión: Aplicamos Probabilidades de un Suceso
<p>Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre</p> <p>-Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.</p> <p>-Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.</p> <p>Conocimientos</p> <p>-Probabilidad</p> <p>-Experimento aleatorio. Suceso</p> <p>--Suceso seguro</p> <p>--Suceso imposible</p> <p>Actividades</p> <p>-Es importante que los estudiantes discriminen entre los términos aleatorio y determinista. Para ello, presentamos dos situaciones a fin de que identifiquen de qué tipo son y den un posible resultado de los experimentos que son aleatorios. Puede considerar estas situaciones: Si tiramos una piedra por la ventana de un edificio, ¿De qué tipo de experimento se trata? (Como se sabe que la piedra caerá; por lo tanto, es un</p>	<p>Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre</p> <p>-Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades.</p> <p>-Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.</p> <p>-Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.</p> <p>-Sustenta conclusiones o decisiones en base a información obtenida.</p> <p>Conocimientos</p> <p>-Probabilidad de un suceso. Propiedades</p> <p>--Ley de Laplace</p> <p>--Propiedades de la probabilidad</p> <p>Actividades</p> <p>-Recordamos a los estudiantes que el cardinal de un número es el número de elementos de un conjunto. Proponemos la siguiente situación para dejar en claro este concepto. Se lanza un dado y se tienen los sucesos A: obtener un número menor que 5, B:</p>

experimento determinista). Si se divide en espacios de colores, ¿de qué tipo de experimento se trata? (Como no se sabe qué color saldrá, se trata de un experimento aleatorio). Motivamos a los estudiantes a escribir en una hoja cinco experimentos aleatorios y, luego, a intercambiar su trabajo con el compañero de al lado para su solución.

-Invitamos a los estudiantes a leer la información contenida en “Importante”. Para verificar la comprensión, preguntamos: Si se lanza un dado, ¿Cómo clasificarían los sucesos A: que el resultado sea menor de 7, y B: que el resultado sea mayor que 6? (Seguro e imposible, respectivamente). En el ejemplo, nos cercioramos de que tienen en claro el concepto de espacio muestral y de que lo relacionan con los sucesos seguros. Para determinar el suceso A, resaltamos que la condición es que la suma de los números sea un número primo. Pedimos que expresen oralmente cuáles son los primeros números primos. Cuando mencionen el número 13, aprovechamos para hacerles notar que en las sumas de las caras de los dados no existe un número mayor a 12; por lo tanto, este sería un suceso imposible. Luego, sugerimos el desarrollo de la actividad de “Comunica”.

-Para finalizar, proponemos la siguiente situación: De un total de 1000 rifas vendidas, 5 fueron compradas por Rosa. Antes de que se realice el sorteo, ¿Puede saber Rosa si alguno de sus números será el ganador? Pedimos que den algunos posibles resultados y clasifiquen la probabilidad de cada uno de los sucesos en posible, poco posible, muy posible, imposible y seguro.

C: obtener número primo, y D: Obtener un número mayor que 6. ¿Cuál es el cardinal del conjunto A? ($n(A) = 4$). ¿Cuál es el cardinal del conjunto B? ($n(B) = 1$). ¿Cuál es el cardinal del conjunto C? ($n(C) = 3$). ¿Cuál es el cardinal del conjunto D? ($n(D) = 0$).

-Comunicamos a los estudiantes que la ley de Laplace solo se puede aplicar para calcular la probabilidad de sucesos formados por sucesos elementales.

-Resaltamos las definiciones de sucesos elementales y equiprobables. Para ello, pedimos que expresen oralmente la idea que tienen al respecto; esto le permitirá orientar en caso necesario. Sugerimos leer la sección “Ten en cuenta”.

-En el ejemplo, mencionamos que en el espacio muestral es importante considerar la forma del dado, ya que de ello depende la cantidad de elementos. Preguntamos: ¿Qué números tiene un dado tetraédrico? (1 al 4). Pedimos que den solución a la actividad sugerida al final. Luego, motivamos a resolver las actividades 1 a la 6, de modo que, en cada caso, reconozcan los casos favorables a que ocurra el evento.

-A pesar de que los cálculos numéricos son muy sencillos y se reducen a operaciones con fracciones, aseguramos de que los estudiantes manejan correctamente la técnica operativa.

-Consolidamos el aprendizaje con esta situación: Se lanza al aire un dado trucado que pesa más por una de las caras que por otras. ¿El número de sucesos elementales es el mismo que cuando se lanza un dado normal? ¿Se puede considerar que todos los sucesos elementales tienen la misma probabilidad? (Sí. No, porque los sucesos elementales no son equiprobables).

V. EVALUACIÓN DE LOS APRE

COMPETENCIAS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	INSTRUMENTOS DE VALORACIÓN
<p>RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconoce una ecuación cuadrática a partir de su forma general $ax^2 + bx + c = 0$ identificando los coeficientes y verificando que $a \neq 0$. ▪ Distingue ecuaciones cuadráticas de expresiones lineales u otras ecuaciones, explicando con claridad las características que la diferencian. ▪ Relaciona ecuaciones cuadráticas con situaciones contextualizadas del emprendimiento (por ejemplo, modelos de costo/ganancia, área de empaques, o producción óptima), explicando por qué la relación es de segundo grado. ▪ Aplica la factorización adecuada (trinomio, diferencia de cuadrados, caso especial) para resolver ecuaciones cuadráticas simples. ▪ Comprueba sus soluciones sustituyendo en la ecuación original. ▪ Interpreta los resultados en situaciones del emprendimiento (por ejemplo, cantidad de productos donde el costo y la ganancia se equilibran). ▪ Transforma una ecuación cuadrática en una expresión equivalente mediante el método de completar cuadrados. ▪ Resuelve la ecuación obtenida y explica los pasos realizados con claridad. ▪ Justifica cuándo este método es útil (por ejemplo, para analizar modelos simétricos o máximos y mínimos). ▪ Utiliza la fórmula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para resolver ecuaciones cuadráticas de distinto nivel de complejidad. ▪ Interpreta el valor de la discriminante para determinar el número de soluciones posibles. ▪ Explica el significado de las soluciones dentro de un contexto (por ejemplo, cantidad óptima de producción o puntos donde el beneficio es cero). ▪ Identifica y continúa patrones numéricos presentes en situaciones del emprendimiento (por ejemplo, incremento diario en la producción de productos navideños). ▪ Clasifica patrones como crecientes, decrecientes o alternados y justifica la regla que siguen. ▪ Modela situaciones reales usando secuencias que describen cantidades de materiales, producción o ventas durante la feria navideña. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa gráficamente o una ecuación cuadrática. ▪ Aplica la fórmula general. ▪ Aplica el método por completando cuadrados. ▪ Aplica la factorización para resolver ecuaciones cuadráticas. ▪ Reconoce y pone en práctica las estrategias sucesiones crecientes y decrecientes. ▪ Resuelve problemas de progresiones geométricas. ▪ Resuelve problemas de progresiones aritméticas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rubrica ▪ Intervenciones orales ▪ Guía de evaluación ▪ Lista de cotejo ▪ Ficha de observación ▪ Trabajos prácticos ▪ Prueba de salida.

<p>RESUELVE PROBLEMAS DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE</p>	<ul style="list-style-type: none">▪ Expres... ----- término general, explicando la relación entre la posición del término y su valor.▪ Calcula términos específicos usando el término general (por ejemplo, “hallar la cantidad producida el día 10 si sigue un patrón establecido”).▪ Verifica si un número pertenece o no a una secuencia aplicando adecuadamente el término general.▪ Reconoce una progresión aritmética en situaciones contextualizadas (por ejemplo, aumento fijo de ventas por día).▪ Determina términos y sumas de progresiones aritméticas empleando fórmulas apropiadas.▪ Interpreta los resultados obtenidos para tomar decisiones en su emprendimiento (como prever ingresos totales o materiales necesarios).▪ Identifica progresiones geométricas en situaciones reales (por ejemplo, multiplicación de diseños o duplicación de productos).▪ Calcula términos y sumas de series geométricas aplicando la razón correspondiente.▪ Analiza cómo una tasa de crecimiento multiplicativa puede influir en la producción o ganancias en la feria navideña.▪ Representa las características de un experimento aleatorio del estudio de una muestra; las distingue como suceso seguro y suceso imposible según sea más apropiado.▪ Expresa el significado de un experimento aleatorio en relación al espacio muestral y la probabilidad de sucesos independientes de una situación aleatoria; usando diversas representaciones gráficas.▪ Selecciona estrategia y métodos para recopilar y organizar de manera adecuada datos de variables cualitativas y cuantitativas, en una muestra pertinente al objetivo del estudio y a la población estudiada.▪ Selecciona estrategias y procedimientos para hallar la probabilidad de sucesos independientes usando sus propiedades.▪ Plantea afirmaciones, conclusiones e inferencias sobre las características de la población estudiada o de eventos aleatorios que suceden en estas.▪ Identifica correctamente el espacio muestral y los tipos de sucesos (simples, compuestos, seguros, imposibles) en	
--	---	--

	<p>situación navideña.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa el espacio muestral de un experimento aleatorio usando listados, tablas o diagramas, explicando con claridad cada resultado posible. ▪ Formula sucesos relevantes para el emprendimiento (por ejemplo, “vender al menos 10 panetones en la primera hora”) y justifica por qué pertenecen al espacio muestral. ▪ Calcula la probabilidad de un suceso simple utilizando la regla: $P(A) = \text{casos favorables} / \text{casos posibles}$ y explica su procedimiento con un ejemplo de la feria (por ejemplo, “probabilidad de que un cliente elija una tarjeta roja entre 5 colores disponibles”). ▪ Interpreta el valor obtenido de la probabilidad (0 a 1) para tomar decisiones en su emprendimiento (por ejemplo, elegir qué producto producir en mayor cantidad). ▪ Compara probabilidades simples y argumenta cuál es más conveniente en el contexto del emprendimiento navideño. ▪ Describe situaciones donde ocurren dos o más sucesos y determina si son dependientes o independientes (por ejemplo, “que un cliente compre primero un adorno y luego una tarjeta”). ▪ Aplica reglas de la probabilidad compuesta (multiplicación o suma, según corresponda) para resolver problemas reales de ventas en la feria. ▪ Explica con sus propias palabras cómo la probabilidad compuesta ayuda a anticipar escenarios (como ventas simultáneas, promociones, sorteos o combinaciones de productos) 	
--	--	--

VI. ORIENTACIÓN Y EVALUACIÓN

EVALUACIÓN	ORIENTACIONES
DIAGNÓSTICA	Se realizará la evaluación de entrada, en función de las competencias, capacidades y desempeños que se desarrollarán a nivel del grado.
FORMATIVA	Se evaluará la práctica centrada en el aprendizaje del estudiante, para la retroalimentación oportuna con respecto a sus progresos durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje; teniendo en cuenta la valoración del Desempeño del estudiante, la resolución de situaciones o problemas y la integración de capacidades creando oportunidades continuas, lo que permitirá demostrar hasta dónde es capaz de usar sus capacidades
SUMATIVA	Se evidenciarán a través de los instrumentos de evaluación en función al logro del propósito y de los productos considerados en cada unidad.

VII. MATERIALES Y RECURSOS

Para el docente:

- Fichas de Matemática 3°. Ministerio de Educación. Cuarta Edición Octubre 2024
- Internet y Laptop
- Proyector Multimedia, blackboard.
- Plataformas digitales
- Redes sociales (WhatsApp)
- Fichas de trabajo
- Textos escolares de Matemática
- Materiales didácticos concretos
- Currículo nacional de Educación Básica, MINEDU
- Manual para el docente, Matemática 3, 2019. Lima, Perú. Editorial Santillana.
- Manual para el docente, Matemática 3, 2024. Lima, Perú. Editorial Corefo.
-

Para el estudiante:

- Internet y computadora.
- Cuadernos, lapiceros, lápiz, juego de escuadras, plumones, calculadora., etc.
- Fichas de Matemática 3°. Ministerio de Educación. Cuarta Edición Octubre, 2024
- Redes sociales (WhatsApp)
- Textos del MED
- Materiales didácticos concretos
- Folletos, separatas, etc.

San Juan de Chorunga, 24 de Noviembre del 2025



V.B. Director

V.B. Coordinador

Docente

Lic. Roxana Ancalla Huamani

UNIDAD DIDÁCTICA VIII

TÍTULO DE LA UNIDAD: “Resaltamos nuestro espíritu navideño, promovemos el emprendimiento en nuestras familias y comunidad para luchar contra la pobreza”

I. INFORMACIÓN GENERAL:

1.1. GRE:	Arequipa	1.2. UGEL:	Condesuyos
1.3. Institución Educativa:	41511 “Libertadores de América”	1.4. Área:	Matemática
1.5. Director:	Ángel Walter Mamani Cuevas	1.6. Docentes Responsables:	Gladis Roxana Ancalla Huamani
1.7. Ciclo y nivel:	VII – Secundaria menores	1.8. Grado y sección:	Cuarto “A - B”
1.9. Fecha	Del 24 de Noviembre al 20 de Diciembre	1.10. Turno	Tarde

II. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

Los estudiantes de cuarto grado de secundaria de la I.E. 41511 “Libertadores de América”; están desarrollando un proyecto “Construyendo el Parque Recreativo de mi Barrio”. En nuestra comunidad se acerca la celebración de la Navidad, una época que invita a compartir, fortalecer la unión familiar y apoyar a quienes más lo necesitan. Sin embargo, muchas familias atraviesan dificultades económicas que limitan su bienestar. Frente a ello, diversas organizaciones locales y la institución educativa promueven pequeñas iniciativas de emprendimiento navideño, como la elaboración de adornos, tarjetas, productos artesanales y presentaciones decorativas para ferias solidarias.

La I.E. decide participar con una Feria Navideña Emprendedora, donde los estudiantes de cuarto grado deberán crear productos innovadores y sostenibles que puedan ser ofrecidos a la comunidad. Para lograrlo, necesitan aplicar diversos conocimientos matemáticos que les permitan diseñar, medir, calcular costos, organizar la producción y analizar posibles ganancias, siempre con la finalidad de apoyar la economía familiar y contribuir a la reducción de la pobreza. Los estudiantes se organizan en grupos y encuentran varios retos:

_Deben diseñar adornos y productos navideños que incluyan figuras circulares, transformaciones geométricas como simetrías o rotaciones, y patrones organizados.

_Para garantizar la estabilidad de ciertas estructuras (coronas, estrellas, esferas decorativas), deben aplicar propiedades de la circunferencia, así como los teoremas de tangentes, secantes, cuerdas, Poncelet y Pitot.

_Para decorar espacios altos o calcular medidas indirectas (como el tamaño de un árbol, la inclinación de luces o banderines), requieren emplear razones trigonométricas, ángulos notables y complementarios.

_Además, antes de fijar precios, necesitan analizar información de costos, preferencias y ventas de años anteriores utilizando medidas de dispersión (varianza, desviación estándar, coeficiente de variación).

Finalmente, para elaborar tarjetas, empaques, diseños repetitivos y logos, aplicarán transformaciones geométricas como traslación, rotación, simetría y homotecia. A partir de estos desafíos, los estudiantes deberán proponer, diseñar y presentar un producto navideño emprendedor, acompañado de un informe donde expliquen cómo la matemática aporta al desarrollo económico de sus familias y al bienestar de la comunidad en esta época especial.

Reto:

¿Cómo podemos aplicar los conceptos matemáticos de circunferencia, razones trigonométricas, medidas de dispersión y transformaciones geométricas para diseñar productos navideños creativos que promuevan el emprendimiento familiar y contribuyan a disminuir la pobreza en nuestra comunidad?

III. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA/ CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS	DESEMPEÑOS
-----------------------------	---------------	------------

<p>Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. ▪ Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. ▪ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ▪ Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. 	<p>CIRCUNFERENCIA</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Propiedades asociadas a los elementos de una circunferencia <input type="checkbox"/> Teorema de las tangentes, secantes y cuerdas <input type="checkbox"/> Teorema de Poncelet y Pitot 	<p>... los elementos de la circunferencia; explica las propiedades del radio, diámetro, arco, cuerda, tangente y secante, relacionándolas con situaciones de la vida cotidiana o emprendimientos donde se usan formas circulares (logos, envases, adornos navideños, mandalas, coronas).</p>
<p>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. ▪ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. ▪ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. ▪ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. 	<p>RAZONES TRIGONOMÉTRICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Razones trigonométricas de ángulos agudos <input type="checkbox"/> Identidades de R.T. <input type="checkbox"/> Razones trigonométricas de ángulos complementarios. <input type="checkbox"/> Razones trigonométricas de ángulos notables. <input type="checkbox"/> Razones trigonométricas de ángulos verticales 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Emplea procedimientos con la circunferencia para resolver problemas. ▪ Usa instrumentos para realizar trazos, rectas paralelas, perpendiculares, transversales relacionadas con la circunferencia para resolver problemas. ▪ Establece posiciones relativas de una recta con una circunferencia. ▪ Describe situaciones en las que puede aplicar el teorema de Poncelet, el teorema de Pitot ▪ Emplea el teorema de las tangentes desde un punto exterior, el teorema de Poncelet, el teorema de Pitot para resolver problemas. ▪ Resuelve problemas que involucran longitudes y relaciones entre los elementos de la circunferencia, aplicando definiciones y propiedades de manera precisa.
<p>Resuelve problemas de forma, gestión de datos e incertidumbre.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades. ▪ Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. ▪ Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. ▪ Sustenta conclusiones o decisiones en base 	<p>MEDIDAS DE DISPERSIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Varianza y desviación estándar de datos no agrupados y agrupados <input type="checkbox"/> Desviación media y coeficiente de variación de datos no agrupados y agrupados. <p>TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Traslación <input type="checkbox"/> Rotación <input type="checkbox"/> Simetría axial <input type="checkbox"/> Homotecia <input type="checkbox"/> Composición de traslaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa gráficamente elementos y posiciones relativas entre rectas y circunferencias para modelar situaciones reales. ▪ Aplica el teorema de las tangentes para determinar longitudes desconocidas en figuras que incluyen circunferencias, explicando el procedimiento con argumentos matemáticos. ▪ Utiliza el teorema de las secantes para resolver problemas donde aparecen segmentos interiores y exteriores de la circunferencia. ▪ Resuelve situaciones geométricas donde interviene el producto de cuerdas, justificando los resultados obtenidos. ▪ Interpreta y representa los segmentos y relaciones involucradas, mostrando precisión en cálculos y coherencia en la presentación de resultados. ▪ Identifica y describe situaciones donde es posible aplicar el teorema de Poncelet, explicando la relación entre los segmentos tangentes desde un punto exterior a la circunferencia. ▪ Aplica el teorema de Pitot para calcular el perímetro de cuadriláteros tangenciales, relacionando longitudes opuestas. ▪ Resuelve problemas donde se requiera analizar figuras inscritas o circunscritas, argumentando las relaciones matemáticas utilizadas en cada caso. ▪ Explica cómo estos teoremas permiten verificar la validez de construcciones geométricas en situaciones reales o proyectos escolares.

<p>a información obtenida.</p>	<p>ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios en situaciones de distancias inaccesibles, ubicación de cuerpos y otros.</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Examina propuestas de modelos referidos a razones trigonométricas RR.TT. de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios al plantear y resolver problemas.▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran razones trigonométricas RR.TT. de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios.▪ Selecciona información para obtener datos relevantes en situaciones de distancias inaccesibles, ubicación de cuerpos, y de superficies, para expresar un modelo referido a las relaciones métricas de un triángulo rectángulo, el teorema de Pitágoras y ángulos de elevación y depresión.▪ Identifica y calcula las razones trigonométricas (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante) en triángulos rectángulos, explicando la relación entre los lados.▪ Resuelve problemas de la vida cotidiana que requieren hallar alturas, distancias o longitudes mediante razones trigonométricas de ángulos agudos.▪ Representa gráficamente situaciones que involucran triángulos rectángulos para justificar los procedimientos utilizados.▪ Utiliza correctamente identidades trigonométricas fundamentales (pitagóricas, recíprocas y cocientes) para simplificar expresiones o verificar igualdades.▪ Resuelve problemas donde se requiere transformar expresiones trigonométricas aplicando identidades de manera precisa y argumentada.▪ Justifica los procedimientos utilizados mostrando coherencia lógica y uso adecuado del lenguaje matemático.▪ Expresa relaciones entre las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión (varianza, desviación típica, coeficiente de variación, rango).▪ Determina el recorrido, varianza, desviación estándar y el coeficiente de variación al resolver problemas.▪ Calcula correctamente la varianza y la desviación estándar a partir de un conjunto de datos no agrupados, mostrando orden en los procedimientos.▪ Organiza adecuadamente los datos en tablas de frecuencias cuando se trata de datos agrupados, para facilitar el cálculo de las medidas de dispersión.▪ Interpreta la varianza y la desviación estándar para explicar qué tan dispersos están los datos respecto al promedio.
--------------------------------	--

		<p>.....ando la desviación estándar para determinar cuál presenta mayor variabilidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Utiliza herramientas tecnológicas (calculadora, Excel, GeoGebra) para obtener medidas de dispersión y validar sus procedimientos manuales. ▪ Calcula la desviación media de un conjunto de datos no agrupados siguiendo las fórmulas y pasos adecuados. ▪ Elabora tablas de frecuencias para datos agrupados e identifica las desviaciones respecto a la media aritmética. ▪ Explica con sus propias palabras qué representa la desviación media y en qué se diferencia de otras medidas de dispersión. ▪ Analiza situaciones reales (notas, tiempos, pesos, medidas) y utiliza la desviación media para evaluar la regularidad de los datos. ▪ Calcula el coeficiente de variación (CV) y lo utiliza para comparar la dispersión relativa entre dos o más conjuntos de datos. ▪ Interpreta el valor del CV para determinar si los datos son homogéneos o heterogéneos. ▪ Argumenta decisiones basadas en el CV en contextos reales (ej.: cuál conjunto de notas es más estable, cuál proceso es más variable). ▪ Expresa conclusiones con lenguaje matemático adecuado, haciendo uso correcto de porcentajes y redacciones precisas. ▪ Describe características de transformaciones geométricas sucesivas de formas bidimensionales empleando terminologías matemáticas. ▪ Realiza proyecciones y composición de transformaciones de traslación, rotación, reflexión y de homotecia con segmentos, rectas y formas geométricas en el plano cartesiano al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.
<p>SE DESENVUELVE EN ENTORNOS VIRTUALES GENERADOS POR LAS TIC</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Gestiona información del entorno virtual. ● Interactúa en entornos virtuales. 	<p style="text-align: center;">DESEMPEÑOS</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Clasifica información de diversas fuentes y entornos teniendo en cuenta la pertinencia y exactitud del contenido reconociendo los derechos de autor. ● Participa en actividades interactivas y comunicativas de manera pertinente cuando expresa su identidad personal y sociocultural en entornos virtuales determinados, como redes virtuales, portales educativos y grupos en red. 	<p style="text-align: center;">MATERIALES Y/O RECURSOS</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Internet ● Laptop ● Computadoras

<p>GESTIONA SU APRENDIZAJE DE MANERA AUTÓNOMA</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Define metas de aprendizaje. ● Organiza acciones estratégicas para alcanzar sus metas de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Determina conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de la tarea, formulándose preguntas de manera reflexiva. ● Organiza un conjunto de estrategias y procedimientos en función del tiempo y de los recursos de que dispone para lograr las metas de aprendizaje de acuerdo con sus posibilidades. 	<p>s tareas</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Emplea estrategias para realizar sus tareas ● Evalúa sus tareas
---	---	--

ENFOQUE TRANSVERSAL	EJEMPLO DE ACTIVIDADES OBSERVABLES		
	VALORES	ACTITUDES QUE SUPONEN	SE DEMUESTRA CUANDO
Enfoque Búsqueda de la Excelencia	Flexibilidad y apertura.	Disposición para adaptarse a los cambios, modificando si fuera necesario la propia conducta para alcanzar determinados objetivos cuando surgen dificultades, información no conocida o situaciones nuevas.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Docentes y estudiantes comparan, adquieren y emplean estrategias útiles para aumentar la eficacia de sus esfuerzos en el logro de los objetivos que se proponen. ▪ Docentes y estudiantes demuestran flexibilidad para el cambio y la adaptación a circunstancias diversas, orientados a objetivos de mejora personal o grupal.
	Superación personal.	Disposición a adquirir cualidades que mejoraran el propio desempeño y aumentarán el estado de satisfacción consigo mismo y con las circunstancias.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Docentes y estudiantes utilizan sus cualidades y recursos al máximo posible para cumplir con éxito las metas que se proponen a nivel personal y colectivo. ▪ Docentes y estudiantes se esfuerzan por superarse, buscando objetivos que representen avances respecto de su actual nivel de posibilidades en determinados ámbitos de desempeño.

IV. SECUENCIA DE SESIONES DE APRENDIZAJE

SESIÓN 1 (02 HORAS)	SESIÓN 2 (02 HORAS)
Título de la sesión: Conociendo la Circunferencia	Título de la sesión: Aplicamos Teorema de las tangentes trazadas desde un punto exterior
<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. <p>Conocimientos _La Circunferencia --Elementos de la circunferencia --Propiedades asociadas a los elementos de la circunferencia</p> <p>Actividades -Solicitamos ejemplos del entorno de situaciones reales que demanden el uso de curvas cerradas y las superficies que encierran (de circunferencia: hula-hula, anillo, rueda, etc.; de círculo: moneda, tapa, posavasos, etc.). Estos ejemplos</p>	<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. <p>Conocimientos _Teorema de las tangentes trazadas desde un punto exterior.</p> <p>Actividades -Presentamos el teorema de las tangentes trazadas desde un punto exterior y pedimos que recurran a su capacidad argumentativa para demostrar este teorema. Destacamos los elementos tangentes PQ y PR y la</p>

facilitarán identificar las diferencias en el círculo. En el dibujo, pedimos que sigan la forma de la circunferencia y que señalen el círculo.

-Pedimos que construyan una circunferencia de 3 cm de radio de centro O, ubicamos un punto P en la circunferencia y hacemos los trazos necesarios para visualizar en ella sus elementos. Luego que relacione estos con la tabla y los nombres.

-Orientamos para que descubran las propiedades asociadas a los elementos de la circunferencia a través de actividades con ayuda del compás, transportador, reglas y escuadras. En caso no tuvieran todos los materiales, evaluamos la alternativa de trabajar grupalmente.

-Para el caso del punto de tangencia, solicitamos que construyan una circunferencia de 3 cm de diámetro y escriban O en el centro. Luego, con una regla no graduada, que dibujen una tangente a la circunferencia y que anoten T en el punto de tangencia. Finalmente, que tracen el radio OT y midamos con el transportador los ángulos formados por el radio y la recta tangente. Preguntamos: ¿Qué relación hay entre los ángulos? (Son rectos), ¿Se obtendrá el mismo resultado si se traza una tangente diferente? (Siempre), ¿Qué se puede concluir? (En el punto de tangencia, el radio siempre es perpendicular a la recta tangente). Indicamos que se ubica un punto P en la recta tangente y se unen los puntos OTP se forma un triángulo rectángulo. Pedimos que lo grafiquen para que lo visualicen mejor. Comentamos que, de las cuatro propiedades, quizás la más importante sea esta por constituirse en dato en múltiples problemas de tipo geométrico.

-En el caso de los arcos congruentes, pedimos que en una circunferencia de radio 4 cm y centro O, coloquemos el extremo puntiagudo del compás sobre la circunferencia, tracen un arco que la interseque y que unan el punto original con el punto de intersección. Sin cambiar la abertura del compás, que repitan el proceso, comenzando en un punto diferente sobre la circunferencia. Después, que rotulen las cuerdas como AB y CD y tracen los radios OA, OB, OC y OD. Usamos el transportador para medir los ángulos AOB y COD. Preguntamos: ¿Qué relación hay entre las medidas? (Son iguales), ¿Se obtendrán los mismos resultados si se comienza con un círculo diferente y una abertura de compás distinta? (Sí, los resultados son los mismos). Pedimos que parafraseen la propiedad para que se familiaricen con ella. Solicitamos que enuncien una conclusión. (Los ángulos centrales comprendidos entre arcos iguales, son congruentes (medidas iguales)).

-Para el caso de cuerdas congruentes, pedimos que ubiquen en ella el centro O y dos puntos cualesquiera A y B. Luego, que midan el ángulo AOB y dispongan otros dos puntos C y D en la circunferencia, de modo que $m\widehat{COD} = m\widehat{AOB}$. Finalmente, solicitamos que unan con un segmento A con B y C con D y medimos cada segmento. Preguntamos: ¿Qué relación hay entre las medidas? (Son iguales), ¿Se obtendrán los mismos resultados si se comienza con la ubicación de los puntos A y B en otros lugares de la circunferencia? (Sí). Indicamos que enuncien una conclusión (Los arcos comprendidos entre ángulos centrales iguales, son iguales). Invitamos a comprobar esta propiedad en la figura.

-En el caso de la propiedad de radio y cuerda perpendiculares, pedimos que dibujen dos circunferencias de distintos tamaños y que ubiquen en cada una, dos puntos cualesquiera y los unan con un segmento. Luego que tracen un radio perpendicular a cada segmento y marcamos el punto de intersección a cada uno de los extremos del segmento. Preguntamos: ¿Qué relación hay entre dichas

ellos. (El segmento tangente está contenido en la recta tangente). Damos la pauta para identificar las hipótesis y tesis y motivamos a elaborar un cuadro con proposiciones y las razones que lo fundamentan. Luego, pedimos que relacionen su demostración con la que presenta el libro de actividades.

Hipótesis: P es un punto exterior Tesis: $PQ = PR$
PQ y PR son tangentes a la circunferencia

-Hacemos notar en el ejemplo 1, el uso de triángulos notables en el proceso de solución y que observen y analicen la información de “Ten en cuenta”.

-Una forma de mostrar la congruencia de los segmentos tangentes trazados desde un punto exterior es a través de la siguiente actividad: Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de radio 1,5 cm y un punto P que diste del centro de la primera 5 cm.

a) Utilizando la regla y el compás, dibuja las tangentes a la circunferencia trazadas desde P.

b) Mide las tangentes PA y PB y comprueba que tiene el mismo valor.

c) Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la medida de PA en el triángulo rectángulo POA.

d) Compara ambos resultados obtenidos para PA.

-Utilizamos la información dada para que analicen los casos en que dos tangentes comunes a dos circunferencias trazadas desde un punto P exterior, determinan segmentos congruentes. Preguntamos: ¿Cuándo se considera que dos tangentes comunes a dos circunferencias, son internas con respecto a un punto P? (Cuando el punto se encuentra entre ambas circunferencias), ¿Y cuándo serían externas? (Cuando el punto está fuera de ambas a un mismo lado).

-Presentamos la actividad y motivamos a mencionar otros ejemplos. Propiciamos una puesta en común y anotamos sus propuestas en la pizarra. Pedimos que manifiesten su acuerdo o desacuerdo con las propuestas presentadas. En caso de estar en desacuerdo, pedimos que argumenten su posición.

-Para el ejemplo siguiente, hacemos notar que se utiliza el triángulo notable 37° y 53° para relacionar sus lados con los segmentos tangentes y con el radio de la circunferencia. Preguntamos: En esta situación, ¿Las tangentes comunes a las dos circunferencias desde un punto exterior P, son internas o externas? (Externas).

-En el ejemplo siguiente, preguntamos: En esta situación ¿Las tangentes comunes a las dos circunferencias desde un punto exterior P, son internas o externas? (Internas), ¿Qué triángulo notable se utiliza en el proceso de solución? (30° y 60°)

-Proponemos que realicen las actividades para reforzar la aplicación del teorema de las tangentes. Recalamos que los ángulos de 30° y 53° en cada gráfica determinamos la presencia de triángulos notables.

distancias? (Son iguales), ¿Se cumplen las circunferencias? (Sí se cumple).

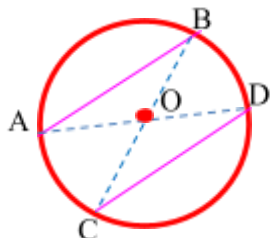
-Presentamos la información en la sección “Importante” y verificamos que reconozcan los tipos de recta. Pedimos que tracen una circunferencia de radio 3 cm y tracen con color verde una recta tangente, con color azul una recta secante y con color rojo una recta exterior. Esta actividad servirá para que se familiaricen con los tipos de recta.

-En el ejemplo 1, pedimos que presenten un contraejemplo en las proposiciones falsas que las vuelvan verdaderas, como: La cuerda es el segmento que une dos puntos de una circunferencia.

-Presentamos el ejemplo 2, hacemos notar que todos los elementos son segmentos a excepción del punto de tangencia y los arcos. Proponemos las actividades para familiarizarse con los elementos de la circunferencia y propiedades asociadas a ellos.

-Para el ejemplo 3, preguntamos: ¿Cuál es el dato que permite relacionar la actividad con la propiedad de arcos congruentes? ($AB \parallel CD$). En el ejemplo 4, pedimos que parafraseen la propiedad de radio y cuerdas perpendiculares. Ambos ejemplos facilitarán el desarrollo de las actividades.

-Pedimos que resuelvan las actividades “Desarrolla tus capacidades” para consolidar su aprendizaje.



¿Qué relación se puede establecer entre AC y BD? (Son congruentes), ¿Por qué? (Por ser dos tangentes externas comunes a dos circunferencias trazadas desde un punto exterior P).

-Pedimos que desarrollen la actividad y a un voluntario que la realice en la pizarra para corregir y comprobar sus resultados. Reiteramos la importancia de la aplicación del teorema de tangentes y de los triángulos rectángulos notables para resolver la situación.

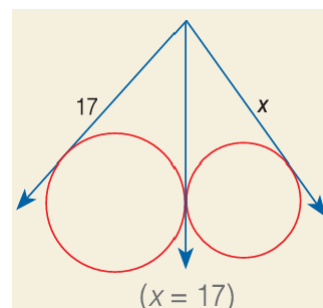
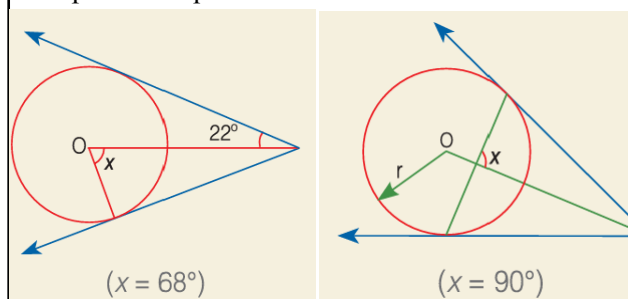
-En las actividades siguientes, hacemos notar que se trata de tangentes internas comunes, con presencia de triángulos notables. Insistimos en que estos le serán de gran ayuda para obtener los valores de los segmentos que se relacionan con sus lados.

-En el caso de la actividad siguiente, nos cercioramos que reconozcan de que se trata las tangentes externas comunes y, al igual que las actividades anteriores, con la presencia de triángulos notables.

-Consolidamos el aprendizaje con la actividad “Desarrolla tus capacidades”

-Remarcamos la importancia de trazos auxiliares para formar triángulos rectángulos. Sugerimos colocar en los segmentos una misma marca o letra minúscula, para indicar que tiene la misma medida. En el caso de los ángulos, utilizamos letras minúsculas del alfabeto griego: alfa, beta, teta, etc.

-Proponemos que hallen el valor de x en ...



SESIÓN 3 (02 HORAS)

Título de la sesión: Aplicamos el Teorema de Poncelet

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

-Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

Conocimientos

SESIÓN 4 (02 HORAS)

Título de la sesión: Aplicamos el Teorema de Pitot

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

-Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

-Teorema de Poncelet

Actividades

-Pedimos que dibujen un triángulo rectángulo escaleno ABC recto en B, que tracen las bisectrices interiores y nombren con O el incentro. Luego, pedimos que tracen la circunferencia inscrita a dicho triángulo y marquen con P, Q y T los puntos de tangencia. Finalmente, indicamos que midan los pares de segmentos CQ y CT, AP y AT, BQ y BP, y comparen sus medidas. Preguntamos: ¿Qué observan? ($CQ = CT$; $AP = AT$; $BQ = BP$).

-Para que el estudiante visualizamos una de las aplicaciones de este teorema en situaciones de su entorno, presentamos y realizamos la siguiente actividad: Mostramos una caja de base rectangular (podría ser una caja de zapatos) y dividimos por una de sus diagonales con una tira rectangular de cartulina. Luego, planteamos la siguiente situación: Si la base de la caja midiera 25 cm x 18 cm y se necesitara transportar pares de vasos de cristal de forma cilíndrica (de preferencia mostramos un vaso e indicamos cómo pretendemos colocarlo dentro de la caja), ¿Cuál sería el máximo radio de la base de dichos vasos para que pueda transportarlos? $hip^2 = 25^2 + 18^2 \rightarrow hip = 30,8$ cm. Luego: $25 + 8 = 30,8 + 2r \rightarrow r = 6,1$ cm

-Proponemos la actividad, para que apliquen el teorema a otra situación de entorno muy similar a la situación anterior. Pedimos un voluntario que la desarrolle en la pizarra para que corrijan y comprueben sus procesos y soluciones.

-En el ejemplo, recalamos que, si se trata de triángulos rectángulos, se puede encontrar el tercer lado, aplicando el teorema de Pitágoras. Luego, proponemos la actividad y pedimos que elaboren sus propias estrategias de solución. Propiciamos una puesta en común de los procesos utilizados, invitamos a dos o tres voluntarios a compartir su trabajo en la pizarra. Motivamos a manifestar su acuerdo o desacuerdo con las propuestas planteadas.

-Utilizamos el ejemplo para consolidar el aprendizaje sobre este tema y proponemos las actividades “Desarrolla tus capacidades” para afianzar el aprendizaje.

-Planteamos la siguiente situación: Calcula el radio de la circunferencia inscrita en un triángulo rectángulo, donde el lado opuesto al ángulo de 37° mide 12 cm ($r = 4$ cm).

-Teorema de Pitot

Actividades

-Proponemos la siguiente actividad: Pedimos que dibujen una circunferencia y tracen cuatro rectas tangentes a dicha circunferencia, de manera que formen un cuadrilátero cuyos lados sean de diferentes longitudes, de modo que observen una forma parecida ala que muestra el gráfico. Pedimos que denoten los segmentos en que divide el punto de tangencia cada lado del cuadrilátero, de la siguiente manera: en AB, los segmentos a y b; en BC, los segmentos c y d; en CD, los segmentos e y f; en AD, los segmentos g y h. Luego, solicitamos que midan estos segmentos y los comparen. La finalidad es que noten que $a = h$, $b = c$, $d = e$ y $f = g$.

-Es importante que los estudiantes se habitúen a hacer dibujos, puesto que estos facilitan a visualizar la solución de los problemas geométricos. Puede mostrar que también se cumple midiendo los segmentos mostrados en el libro.

-Luego de dar lectura a la demostración del teorema, proponemos realizar los siguientes cálculos, utilizando la notación de segmentos trabajados en el inicio: $AB + CD$ y $AD + BC$ y luego comparar sus resultados.

$$AB + CD = (a + b) + (e + f) \rightarrow AB + CD = a + b + e + f$$

$$AD + BC = (g + h) + (c + d) = g + h + c + d$$

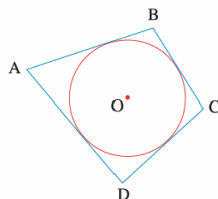
$$\text{Como } a = h, b = c, d = e \text{ y } f = g \rightarrow a + b + e + f = g + h + c + d$$

Al ser expresiones iguales, queda demostrado que $AB + CD = AD + BC$.

-En el ejemplo, hacemos notar que el cálculo se realiza por simple inspección. Luego, proponemos que resuelvan las actividades para poner en práctica la aplicación directa de este teorema.

-Solicitamos que elaboren sus propias estrategias de solución para las actividades. Luego, proponemos una puesta en común y pedimos voluntarios que deseen compartir sus procesos y soluciones en la pizarra. Pedimos al resto de compañeros que manifiesten su acuerdo o desacuerdo, corregimos y comprobamos sus respuestas. Esto les permitirá ampliar su capacidad comunicativa.

-Utilizamos el ejemplo para consolidar el aprendizaje sobre este tema y proponemos que resuelvan las actividades “Desarrolla tus capacidades” para afianzarlos.



$$AB + DC = AD + BC$$

SESIÓN 5 (02 HORAS)

Título de la sesión: Hallamos las Razones Trigonómicas de ángulos agudos.

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

-Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

-Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Conocimientos

SESIÓN 6 (02 HORAS)

Título de la sesión: Hallamos las Razones Trigonómicas de ángulos complementarios

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

-Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

Conocimientos

-Razones trigonométricas de ángulos complementarios

- Razones trigonométricas en triángulo
- Razones trigonométricas inversas
- Razones trigonométricas de ángulos complementarios

Actividades

-Hacemos referencia al texto inicial y motivamos a que busquen información sobre otros campos de estudio en los cuales se aplican los conocimientos de la trigonometría.

cosecante α	$\csc \alpha = \frac{\text{hip.}}{\text{cat. op.}} = \frac{b}{a}$
secante α	$\sec \alpha = \frac{\text{hip.}}{\text{cat. ad.}} = \frac{b}{c}$
cotangente α	$\cot \alpha = \frac{\text{cat. ad.}}{\text{cat. op.}} = \frac{c}{a}$

-Recurrimos a construcciones geométricas con ayuda de reglas y escuadras; y a la medición de ángulos con ayuda del transportador. Pedimos que

dibujen dos triángulos rectángulos de diferentes tamaños, pero ambos con un ángulo de 30° . Solicitamos que remarquen de rojo el cateto que se opone al ángulo de 30° , y de azul, el que es adyacente a dicho ángulo. Luego, preguntamos: ¿Cuánto se obtiene al dividir la medida del color rojo entre la medida del color azul? ¿Qué ocurre si realizamos el mismo procedimiento en el otro triángulo?

-Destacamos que el resultado obtenido carece de unidades (es adimensional), puesto que, si divide una cantidad en centímetros entre otra expresada en centímetros, estos se eliminan.

-Remarcamos que los valores han sido iguales, a pesar de que los lados miden diferentes. En conclusión, los valores de estas razones dependen de los ángulos. Pedimos, que teniendo en cuenta uno de los triángulos dibujados, que remarquen de verde la hipotenusa y que calculen el total de combinaciones que se pueden tener al dividir cada par de lados. Recordamos que ya hay una combinación, la obtenida de la actividad anterior; rojo entre azul (cateto opuesto entre cateto adyacente)

-Invitamos a leer las definiciones de razones trigonométricas y reafirmamos que las razones halladas en la actividad desarrollada también son razones trigonométricas.

- En el ejemplo, hacemos notar la aplicación del teorema de Pitágoras por simple inspección, para calcular los valores de los lados en el triángulo rectángulo y poder hallar las razones trigonométricas, aplicando la definición de cada una.

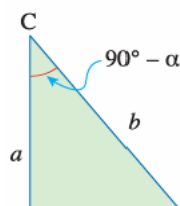
-Mencionamos que el valor numérico de una razón trigonométrica puede ser escrito en forma de fracción, y a partir de ella, identificamos cada elemento de la fracción con un lado del triángulo, para representar gráficamente el triángulo y calcular la longitud del tercer lado mediante el teorema de Pitágoras. Así, si $\text{tg } B = 3$,

$$\text{tg } B = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{30}{10} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \rightarrow \text{hipotenusa} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

-Reforzamos el procedimiento anterior con el análisis del ejemplo. Destacamos que en algunas de las razones se ha tenido que racionalizar.

Actividades

-Dibujamos en la pizarra el triángulo rectángulo CBA mostrado. Pedimos que describan sus elementos y recuperamos saberes previos (catetos a y c, hipotenusa c, α es la medida del ángulo A, recto en B, para nombrar los lados se utilizan letras minúsculas correspondientes a las letras mayúsculas del ángulo opuesto, etc.). Preguntamos: ¿Cuánto suman los ángulos agudos en este triángulo? (90°). Según esta suma, ¿Qué tipo de ángulos son? (Complementarios). Entonces, esto quiere decir que si $\alpha = 53^\circ$, ¿Cuánto mide el otro ángulo? (37°). Pedimos que observen el gráfico de la pizarra y determinan mentalmente el $\text{sen } \alpha$ y el $\text{cos } \beta$, lo mismo para $\text{tg } \alpha$ y $\text{ctg } \beta$ y finalmente para $\text{sec } \alpha$ y $\text{csc } \beta$ y comparen por separado cada par de resultados. Preguntamos: ¿Qué observan? (Las razones son iguales)



-Pedimos que relacionen

- $\text{sen } \alpha = \frac{a}{b}$ y $\text{cos } (90^\circ - \alpha) = \frac{a}{b} \rightarrow \text{sen } \alpha = \text{cos } (90^\circ - \alpha)$
- $\text{tan } \alpha = \frac{a}{c}$ y $\text{cot } (90^\circ - \alpha) = \frac{a}{c} \rightarrow \text{tan } \alpha = \text{cot } (90^\circ - \alpha)$
- $\text{sec } \alpha = \frac{b}{c}$ y $\text{csc } (90^\circ - \alpha) = \frac{b}{c} \rightarrow \text{sec } \alpha = \text{csc } (90^\circ - \alpha)$

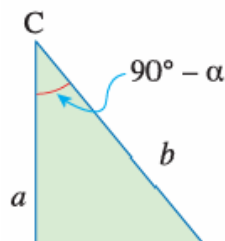
el contenido del cuadro en el margen con la parte explicativa. De esa manera tendrán un esquema de la relación entre las razones trigonométricas de ángulos complementarios.

-Destacamos que los nombres de las razones coseno, cotangente y cosecante de un ángulo α se debe a que son iguales a los de las razones seno, tangente y secante del ángulo $(90^\circ - \alpha)$, respectivamente, por lo que se denominan cofunciones.

-Proponemos: Si se sabe que $\text{sen } 40^\circ = 0,6428$, ¿Qué otro ángulo tendrá una razón trigonométrica con ese mismo valor? ($\text{cos } 50^\circ$). Planteamos otras situaciones en las que deban expresar enunciados en función del ángulo complementario. Así, por ejemplo, podría decir “sen de 42° es igual al coseno de ...” (48°), ¿Cuánto resulta, sin ayuda de la calculadora, $\text{cos } 70^\circ$ entre $\text{sen } 20^\circ$? (1). Hacemos notar que estas situaciones pueden resolverlas simplemente por cálculo mental. Utilizamos la pregunta de la sección “Argumenta afirmaciones” para reforzar la actividad desarrollada.

-Concluimos indicando que si en un triángulo rectángulo, α y β son complementarios, podemos afirmar que $\text{sen } \alpha = \text{cos } \beta$; $\text{tg } \alpha = \text{ctg } \beta$; $\text{sec } \alpha = \text{csc } \beta$. Expresado en función del ángulo complementario, podemos escribir: $f(\alpha) = \text{ctg } (90^\circ - \alpha)$.

-Organizamos el trabajo para el desarrollo de las actividades de retroalimentación.



- $\text{sen } \alpha = \frac{a}{b}$ y $\text{cos } (90^\circ - \alpha) = \frac{a}{b} \rightarrow \text{sen } \alpha = \text{cos } (90^\circ - \alpha)$

-Presentamos la tabla que r trigonométricas inversas y destacamos la información de la sección “Ten en cuenta”. Mencionamos que las razones inversas se llaman también recíprocas. Pedimos que verifiquen esta tabla con los valores obtenidos en las combinaciones con los triángulos dibujados.

sen α	cos α	tan α	cot α	sec α	csc α
$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{b}{a}$

↑↑↑↑↑
Razones inversas

-Para el ejemplo, preguntamos: ¿Qué estrategia conviene utilizar? (Hacer un gráfico para ubicar los valores y visualizar mejor la situación). Esto es válido en la medida que ellos se sientan más seguros. Es posible que algunos no lo consideren necesario, todo depende del proceso de cada estudiante. Proponemos la pregunta de la sección “Comunica” (Racionalizando).

-Antes de revisar el ejemplo, indicamos la necesidad de analizar los datos o expresiones que nos brinda la situación. En este caso, preguntamos: ¿Qué nos permite reconocer que se trata de razones inversa? (El producto de seno por cosecante es igual a 1).

-Comentamos que un ejercicio se va haciendo más sencillo si recurrimos a las simplificaciones como ocurre con el ejemplo. Hacemos notar cómo la expresión se va reduciendo a medida que simplificamos, lo que facilita llegar al resultado.

-Proponemos la actividad 1 para que se vayan familiarizando con los conceptos de cada razón trigonométrica y las identifiquen rápidamente. En la actividad 2, hacemos notar que luego de calcular las tres primeras razones trigonométricas, pueden calcular fácilmente por razones inversas las otras tres. Para las actividades 3 y 4, sugerimos el uso de un gráfico de respaldo, solo si lo consideran necesario. Esto ayudará a que el estudiante fortalezca la seguridad en sí mismo. Previo a desarrollar las actividades 5 a la 8, sugerimos que analicen si se trata de razones inversas, lo que facilitará su comprensión y proceso de solución. En la actividad 9, preguntamos: ¿Te parece muy compleja la expresión? ¿Qué podemos hacer entonces? (Simplificarla).

-Proponemos casos en los cuales se recurra a la obtención de la fracción generatriz para que apliquen conocimientos ya adquiridos. Así, podríamos pedir que hallen las demás razones trigonométricas si $\text{sen } \alpha = 0,44\dots$ o si $\text{tg } \beta = 4,266\dots$

-Concluimos con los estudiantes indicando que las seis razones trigonométricas se relacionan necesariamente con uno d ellos ángulos agudos de un triángulo rectángulo y que la notación se acompaña siempre de un ángulo, como: $\text{sen } \alpha$; $\text{tg } \beta$; $\text{csc } 30^\circ\dots$

SESIÓN 7 (02 HORAS)

Título de la sesión: Hallamos las Razones Trigonómicas de ángulos notables.

SESIÓN 8 (02 HORAS)

Título de la sesión: Aplicamos Resolución de Triángulos Rectángulos

<p>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Razones trigonométricas de ángulos notables. <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Introducimos el tema presentado el cuadro con los triángulos notables e indicando que existe entre ellos una relación conocida entre sus ángulos y lados. Comentamos que en matemática y física y otras ciencias son muy utilizados estos triángulos notables y que se exige conocer los valores que se relacionan con cada uno. -Luego de revisar los valores que relacionan los lados y la tabla con las razones trigonométricas de sus ángulos, utilizamos esta tabla para pedirles que identifiquen en ella las razones trigonométricas recíprocas y complementarias observando cómo se cumplen sus propiedades. Por ejemplo: ¿$\text{Sen } 30^\circ = \text{Cos } 60^\circ$?, ¿$\text{Cos } 37^\circ \cdot \text{Sec } 37^\circ = 1$? -Recordamos el proceso de racionalización para el caso de las razones trigonométricas de ángulos notables. De este modo, facilitaremos la interpretación de la tabla. Asimismo, esto le permitirá solicitar que las respuestas estén dadas de manera racionalizada. -Proponemos la pregunta y pedimos que expresen oralmente sus conclusiones. (Existe una relación de orden que va de 0,5 a 0,9. Según aumenta el ángulo, el valor del seno también aumenta). -Pedimos que realicen como actividades de afianzamiento “Compartimos la tarea”. -Proponemos el juego “Memoria de razones”. Utilizamos 30 tarjetas por pares, 15 de ellas tendrán escritas los valores de las razones trigonométricas y las otras quince de la función con la cofunción del ángulo complementario. Por ejemplo: $\text{Sen } 30^\circ - \text{Cos } 60^\circ$; $\text{Cos } 37^\circ - \text{Sen } 53^\circ$. Deberán colocar las tarjetas boca abajo y encontrar las tarjetas equivalentes. El que identifique correctamente cada par se van quedando con las tarjetas. Gana el que obtenga más tarjetas. 	<p>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. -Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Resolución de triángulos rectángulos <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Mostramos la imagen y propiciamos un conversatorio sobre la necesidad de recurrir a estrategias que permitan hacer mediciones de longitudes inaccesibles. Pedimos que mencionen otros ejemplos, cuya situación pueda representarse a través de un triángulo rectángulo. -Recalcamos que resolver un triángulo rectángulo consiste en determinar la medida de sus tres lados y sus tres ángulos. Para ello deberán utilizar las razones trigonométricas y su relación con los lados. Si los ángulos son conocidos o notables, se puede trabajar en forma directa, pero si el ángulo no fuera conocido, es preciso trabajar con la ayuda de la calculadora. -Comentamos que en el ejemplo, debemos determinar el ángulo con ayuda de la calculadora y pedimos que relacionen con la actividad sugerida en las páginas de su texto escolar. Hacemos notar que es importante que practiquen utilizando la calculadora científica y evalúen la ventaja de contar con esta herramienta tecnológica. -Antes de analizar el ejemplo, mencionamos que este tema tiene una gran aplicación en situaciones de contexto real, y en ellos solo será necesario calcular el lado o ángulo que pide la situación; no es necesario completar todo el triángulo. Tengamos en cuenta el valor y la actitud que se desarrolla. Mencionamos que actualmente el paisajismo y la arquitectura están incorporando nuevas técnicas que no solo embellecen el espacio, sino que lo aprovechan al máximo de una forma sustentable. Invitamos a investigar más sobre este tema. Preguntamos: ¿Crees que en tu colegio podrían hacer un jardín como el mencionado? -Concluimos planteando la siguiente pregunta: ¿Es suficiente conocer dos ángulos de un triángulo rectángulo para hallar la medida de sus tres lados? ¿Por qué?
SESIÓN 9 (02 HORAS)	SESIÓN 10 (02 HORAS)
<p>Título de la sesión: Hallamos Ángulo de elevación y de depresión</p>	<p>Título de la sesión: Aplicamos las Medidas de Dispersión</p>
<p>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Ángulo de elevación y de depresión <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comentamos que para medir distancias grandes, como las construcciones de edificios, carreteras, puentes, etc., se aplican los conceptos de las razones trigonométricas. Hablamos sobre el teodolito (de preferencia mostramos una imagen). Si lo conocen y saben su utilidad, indicamos que es un instrumento de medición mecánico-óptico universal que sirve para medir ángulos de elevación y de depresión, como los que se muestran en el margen. 	<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES:</p> <p>Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. -Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Medidas de dispersión --La varianza (V) --La desviación estándar (S) --El coeficiente de variación (CV) <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comentamos que al igual que sucede con cualquier conjunto de datos, las medidas de centralización solo nos revelan una parte de la información que

<p>-Los estudiantes pueden prese diferenciar un ángulo de elevación de un ángulo de depresión. Solicitamos un voluntario que se ponga de pie e indicamos que mire hacia arriba. Entregamos dos sorbetes a su compañero más cercano y pedimos que con ellos describa dos líneas imaginarias, la horizontal que pasa por los ojos del primer estudiante y la que se dirige desde sus ojos hacia arriba. Recalamos que aquí se está representando el ángulo de elevación. Luego, realizamos este mismo procedimiento, pidiendo al segundo estudiante que mire para abajo y al primero que con los sorbetes describa las líneas. Indicamos que ahora se trata del ángulo de depresión. Pedimos que comparen con el dibujo del margen.</p> <p>-En el ejemplo, relacionamos el tema con situaciones de contexto real. Insistimos en la utilidad de este conocimiento para dar solución a situaciones que presentan longitudes inaccesibles, como la del ejemplo. Resaltamos el valor y la actitud que se ponen de manifiesto respecto a la importancia de cuidar y hacer respetar nuestra herencia cultural. Invitamos a resolver las actividades. Preguntamos: Si en la actividad, la persona está de pie y sus ojos están a una altura de 1,62 m del suelo, ¿Cuál sería la altura de la iglesia? (26,65m)</p> <p>-Presentamos la siguiente situación con la finalidad que la analicen, realizamos un bosquejo como parte de su proceso de solución y resultado: Se tiene un edificio de 6 pisos cada uno de 2 m de altura. Desde la parte superior del edificio se observa un objeto en el suelo con un ángulo de depresión α de modo que $\text{tg } \alpha = 3/2$ ¿Con qué ángulo de depresión se observaría el mismo objeto desde el quinto piso del edificio? (45°).</p>	<p>stics de los datos.</p> <p>Para aumentar nuestro entendimiento del patrón de los datos, debemos medir también su dispersión, extensión o variabilidad.</p> <p>-Mostramos la necesidad de tener una idea de qué tan disperso o concentrados se encuentran los datos respecto de las medidas de centralización que se han usado en actividades anteriores (por ejemplo, la de las edades de los miembros de una familia 2; 8; 35 y 36) para que entiendan mejor de qué tratan las medidas de dispersión.</p> <p>-Incidimos en la comprensión del cálculo del recorrido con el fin de que les quede claro su significado como medida de dispersión para validar o desacreditar la media, como es el caso de Cristina y Rebeca en el problema, respectivamente, en la situación propuesta. Insiste que mientras más dispersa sea la muestra, menos significativa serán sus medidas de tendencia central.</p> <p>-Trabajamos de forma similar el cálculo de la varianza y la desviación estándar. Justificamos el cálculo de estas medidas de dispersión para operar en las mismas unidades que la media. Señalamos que las medidas de dispersión por sí solas no tiene mayor valor.</p> <p>-Presentamos situaciones o hacemos que las reconozcan en las actividades, para calcular estas medidas de dispersión mediante tablas con variables discretas y continuas.</p> <p>-Aseguramos su comprensión sobre el coeficiente de variación con las siguientes preguntas: ¿Qué es? ¿Para qué se utiliza? ¿Qué representa? Si lo considera necesario, planteamos alguna situación en la que puedan enlazar el coeficiente de variación, la desviación estándar y la media aritmética.</p> <p>-Pedimos que expresen en un cuadro las ventajas y desventajas de cada una de las medidas de dispersión. Resaltamos la actividad a manera de plenaria, de manera que todos aporten en el contenido.</p> <p>-Afianzamos el aprendizaje con las actividades:” Desarrolla tus capacidades”.</p>
SESIÓN 11 (02 HORAS)	
Título de la sesión: Aplicamos las Medidas de Dispersión	
<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. ▪ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Transformaciones geométricas. Teselados --Traslación --Rotación --Simetría axial --Homotecia --Composición de traslaciones. <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Revisamos conceptos previos a partir de la siguiente pregunta: ¿Qué son transformaciones geométricas? (Son movimientos en el plano que, aplicados a una figura, origina otra congruente a ella. Estos son la traslación, la rotación y simetría). -Complementamos con el marco teórico, y mencionamos a la homotecia como un caso de transformación en el plano. 	

-Mencionamos que una homotecia semejanza. En ella se conserva la forma; además, las longitudes correspondientes son proporcionales. Por ejemplo, la proyección de una película en una pantalla es un buen ejemplo de dilatación en el espacio. Para que lo entiendan mejor, realizamos el siguiente experimento: Utilizamos la pared como pantalla o fondo, colocamos un objeto, como una taza, a 1 m de distancia de ella. Iluminamos dicho objeto con una lámpara a 50 cm de distancia y en línea recta, de forma que proyecte la sombra. Indicamos que midan las distancias entre la lámpara y el objeto, y entre este y la sombra. También pedimos que midan la longitud del objeto, y la longitud de la sombra. Destacamos que la razón entre las distancias es igual a la razón entre las longitudes del objeto y la sombra.

-En el ejemplo, explicamos cómo se aplica la dilatación: A partir del punto O, trazamos rectas que pasan por cada uno de los vértices A, B, C y D del cuadrilátero ABCD. En cada una de las rectas marcamos los puntos A_1 , B_1 , C_1 y D_1 de forma que $OA_1 = 1/2OA$; $OB_1 = 1/2OB$; $OC_1 = 1/2OC$; $OD_1 = 1/2OD$. De la misma manera marcamos los puntos A_2 , B_2 , C_2 y D_2 de forma que $OA_2 = 7/5OA$; $OB_2 = 7/5OB$; $OC_2 = 7/5OC$; $OD_2 = 7/5OD$.

-Pedimos que definan la traslación como movimiento en el plano y complementamos con el marco conceptual de composición de traslaciones. En el ejemplo hacemos notar que, para realizar varias traslaciones de una misma figura, se puede aplicar el vector suma y luego solo realizar una traslación.

-Consolidamos el aprendizaje con las actividades “Desarrolla tus capacidades”.

V. EVALUACIÓN DE LOS APRE

COMPETENCIAS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	INSTRUMENTOS DE VALORACIÓN
RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica y representa gráficamente los elementos de la circunferencia; explica las propiedades del radio, diámetro, arco, cuerda, tangente y secante, relacionándolas con situaciones de la vida cotidiana o emprendimientos donde se usan formas circulares (logos, envases, adornos navideños, mandalas, coronas). ▪ Emplea procedimientos con la circunferencia para resolver problemas. ▪ Usa instrumentos para realizar trazos, rectas paralelas, perpendiculares, transversales relacionadas con la circunferencia para resolver problemas. ▪ Establece posiciones relativas de una recta con una circunferencia. ▪ Describe situaciones en las que puede aplicar el teorema de Poncelet, el teorema de Pitot ▪ Emplea el teorema de las tangentes desde un punto exterior, el teorema de Poncelet, el teorema de Pitot para resolver problemas. ▪ Resuelve problemas que involucran longitudes y relaciones entre los elementos de la circunferencia, aplicando definiciones y propiedades de manera precisa. ▪ Representa gráficamente elementos y posiciones relativas entre rectas y circunferencias para modelar situaciones reales. ▪ Aplica el teorema de las tangentes para determinar longitudes desconocidas en figuras que incluyen circunferencias, explicando el procedimiento con argumentos matemáticos. ▪ Utiliza el teorema de las secantes para resolver problemas donde aparecen segmentos interiores y exteriores de la circunferencia. ▪ Resuelve situaciones geométricas donde interviene el producto de cuerdas, justificando los resultados obtenidos. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ficha de resolución de problemas (con procedimientos y resultados). ▪ Exposición breve donde explique cómo resolvió los problemas. ▪ Identifica y nombra correctamente los elementos de la circunferencia: centro, radio, diámetro, secante, tangente, cuerda, arco, segmento circular. ▪ Resuelve ejercicios donde calcula longitudes (radio, diámetro, perímetro) y relaciones entre ellos. ▪ Plantea y desarrolla problemas que involucran posiciones relativas de rectas y circunferencias (tangente, secante, exterior). ▪ Resuelve ejercicios de ángulos en la circunferencia (central, inscrito, semiinscrito, excéntrico). ▪ Explica paso a paso el procedimiento seguido para resolver un problema vinculado a la circunferencia, ▪ Reconoce y pone en práctica las estrategias utilizando los teoremas de la circunferencia como el teorema de Poncelet, Pitot, trazadas desde el punto exterior. ▪ Pone en práctica los conocimientos adquiridos para resolver problemas relacionadas con ángulos de elevación horizontal y vertical. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rubrica ▪ Intervenciones orales ▪ Guía de evaluación ▪ Lista de cotejo ▪ Ficha de observación ▪ Trabajos prácticos ▪ Prueba de salida.

<p>RESUELVE PROBLEMAS DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Interpreta y describe relaciones involucradas, mostrando precisión en cálculos y coherencia en la presentación de resultados. ▪ Identifica y describe situaciones donde es posible aplicar el teorema de Poncelet, explicando la relación entre los segmentos tangentes desde un punto exterior a la circunferencia. ▪ Aplica el teorema de Pitot para calcular el perímetro de cuadriláteros tangenciales, relacionando longitudes opuestas. ▪ Resuelve problemas donde se requiera analizar figuras inscritas o circunscritas, argumentando las relaciones matemáticas utilizadas en cada caso. ▪ Explica cómo estos teoremas permiten verificar la validez de construcciones geométricas en situaciones reales o proyectos escolares. ▪ Presenta ejemplos de RR.TT. con ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios en situaciones de distancias inaccesibles, ubicación de cuerpos y otros. ▪ Examina propuestas de modelos referidos a razones trigonométricas RR.TT. de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios al plantear y resolver problemas. ▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran razones trigonométricas RR.TT. de ángulos agudos, notables, complementarios y suplementarios. ▪ Selecciona información para obtener datos relevantes en situaciones de distancias inaccesibles, ubicación de cuerpos, y de superficies, para expresar un modelo referido a las relaciones métricas de un triángulo rectángulo, el teorema de Pitágoras y ángulos de elevación y depresión. ▪ Identifica y calcula las razones trigonométricas (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante) en triángulos rectángulos, explicando la relación entre los lados. ▪ Resuelve problemas de la vida cotidiana que requieren hallar alturas, distancias o longitudes mediante 	<ul style="list-style-type: none"> palabras las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo (cateto opuesto, adyacente e hipotenusa). ▪ Completa cuadros o tablas con los valores de $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ y las otras razones a partir de un triángulo dado. ▪ Desarrolla ejercicios donde calcula longitudes desconocidas usando razones trigonométricas. ▪ Resuelve problemas aplicados donde identifica qué razón usar en cada caso. ▪ Explica paso a paso el procedimiento usado para resolver un ejercicio de trigonometría. ▪ Realiza correctamente construcciones y gráficos de figuras transformadas en el plano cartesiano. ▪ Resuelve ejercicios donde calcula coordenadas de un punto o figura después de una traslación, rotación, reflexión u homotecia. ▪ Completa tablas de valores antes y después de una transformación. ▪ Explica por escrito el procedimiento utilizado para aplicar una transformación geométrica. ▪ Interpreta y resuelve problemas contextualizados, aplicando transformaciones en mapas, patrones, diseños o rutas.
--	---	---

	<p>razones agudos.</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Representa gráficamente situaciones que involucran triángulos rectángulos para justificar los procedimientos utilizados.▪ Utiliza correctamente identidades trigonométricas fundamentales (pitagóricas, recíprocas y cocientes) para simplificar expresiones o verificar igualdades.▪ Resuelve problemas donde se requiere transformar expresiones trigonométricas aplicando identidades de manera precisa y argumentada.▪ Justifica los procedimientos utilizados mostrando coherencia lógica y uso adecuado del lenguaje matemático.▪ Expresa relaciones entre las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión (varianza, desviación típica, coeficiente de variación, rango).▪ Determina el recorrido, varianza, desviación estándar y el coeficiente de variación al resolver problemas.▪ Calcula correctamente la varianza y la desviación estándar a partir de un conjunto de datos no agrupados, mostrando orden en los procedimientos.▪ Organiza adecuadamente los datos en tablas de frecuencias cuando se trata de datos agrupados, para facilitar el cálculo de las medidas de dispersión.▪ Interpreta la varianza y la desviación estándar para explicar qué tan dispersos están los datos respecto al promedio.▪ Compara dos conjuntos de datos utilizando la desviación estándar para determinar cuál presenta mayor variabilidad.▪ Utiliza herramientas tecnológicas (calculadora, Excel, GeoGebra) para obtener medidas de dispersión y validar sus procedimientos manuales.▪ Calcula la desviación media de un conjunto de datos no agrupados siguiendo las fórmulas y pasos adecuados.▪ Elabora tablas de frecuencias para datos agrupados e identifica las	
--	---	--

RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO	<p>desviación y la desviación aritmética.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Explica con sus propias palabras qué representa la desviación media y en qué se diferencia de otras medidas de dispersión. ▪ Analiza situaciones reales (notas, tiempos, pesos, medidas) y utiliza la desviación media para evaluar la regularidad de los datos. ▪ Calcula el coeficiente de variación (CV) y lo utiliza para comparar la dispersión relativa entre dos o más conjuntos de datos. ▪ Interpreta el valor del CV para determinar si los datos son homogéneos o heterogéneos. ▪ Argumenta decisiones basadas en el CV en contextos reales (ej.: cuál conjunto de notas es más estable, cuál proceso es más variable). ▪ Expresa conclusiones con lenguaje matemático adecuado, haciendo uso correcto de porcentajes y redacciones precisas. ▪ Describe características de transformaciones geométricas sucesivas de formas bidimensionales empleando terminologías matemáticas. ▪ Realiza proyecciones y composición de transformaciones de traslación, rotación, reflexión y de homotecia con segmentos, rectas y formas geométricas en el plano cartesiano al resolver problemas, con recursos gráficos y otros 	
---	---	--

VI. ORIENTACIÓN Y EVALUACIÓN

EVALUACIÓN	ORIENTACIONES
DIAGNÓSTICA	Se realizará la evaluación de entrada, en función de las competencias, capacidades y desempeños que se desarrollarán a nivel del grado.
FORMATIVA	Se evaluará la práctica centrada en el aprendizaje del estudiante, para la retroalimentación oportuna con respecto a sus progresos durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje; teniendo en cuenta la valoración del Desempeño del estudiante, la resolución de situaciones o problemas y la integración de capacidades creando oportunidades continuas, lo que permitirá demostrar hasta dónde es capaz de usar sus capacidades
SUMATIVA	Se evidenciarán a través de los instrumentos de evaluación en función al logro del propósito y de los productos considerados en cada unidad.

VII. MATERIALES Y RECURSOS

Para el docente:

- Fichas de Matemática 4°. Ministerio de Educación. Cuarta Edición Octubre 2024
- Internet y Laptop
- Proyector Multimedia, blackboard.
- Plataformas digitales
- Redes sociales (WhatsApp)
- Fichas de trabajo
- Textos escolares de Matemática
- Materiales didácticos concretos
- Currículo nacional de Educación Básica, MINEDU
- Manual para el docente, Matemática 4, 2019. Lima, Perú. Editorial Santillana.
- Manual para el docente, Matemática 4, 2024. Lima, Perú. Editorial Corefo.
-

Para el estudiante:

- Internet y computadora.
- Cuadernos, lapiceros, lápiz, juego de escuadras, plumones, calculadora., etc.
- Fichas de Matemática 4°. Ministerio de Educación. Cuarta Edición Octubre, 2024
- Redes sociales (WhatsApp)
- Textos del MED
- Materiales didácticos concretos
- Folletos, separatas, etc.

San Juan de Chorunga, 24 de Noviembre del 2025



V.B. Director

V.B. Coordinador

Docente

Lic. Roxana Ancalla Huamani

UNIDAD DIDÁCTICA VIII

TÍTULO DE LA UNIDAD: “Resaltamos nuestro espíritu navideño, promovemos el emprendimiento en nuestras familias y comunidad para luchar contra la pobreza”

I. INFORMACIÓN GENERAL:

1.1. GRE:	Arequipa	1.2. UGEL:	Condesuyos
1.3. Institución Educativa:	41511 “Libertadores de América”	1.4. Área:	Matemática
1.5. Director:	Ángel Walter Mamani Cuevas	1.6. Docentes Responsables:	Gladis Roxana Ancalla Huamani
1.7. Ciclo y nivel:	VII – Secundaria menores	1.8. Grado y sección:	Quinto “A - B”
1.9. Fecha	Del 24 de Noviembre al 20 de Diciembre	1.10. Turno	Tarde

II. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

En la Institución Educativa 41511 “Libertadores de América”, en la comunidad, varias familias están organizando una Feria Navideña Solidaria para vender productos artesanales, adornos navideños, panetones caseros y luces decorativas. El objetivo es generar ingresos para apoyar a familias vulnerables y promover el emprendimiento juvenil.

Los estudiantes de 5to año serán los encargados de diseñar, planificar y optimizar los espacios de venta y la instalación de adornos navideños, especialmente un árbol navideño gigante y una zona de luces, donde deberán aplicar trigonometría y sistemas de inecuaciones para resolver retos reales.

Los estudiantes elaboran un Plano Matemático de la Feria Navideña, que incluye:

1. Croquis de la plaza **con:**
 - Árbol navideño gigante: altura calculada mediante trigonometría.
 - Zona de luces: longitudes determinadas.
 - Puestos ubicados mediante un sistema de inecuaciones.
2. Informe técnico que explique:
 - Procedimientos trigonométricos usados.
 - Identidades empleadas.
 - Gráfica de la solución del sistema de inecuaciones.
 - Modelo de programación lineal y su solución.
3. Presentación social donde justifican cómo su propuesta contribuye al:
 - Emprendimiento local
 - Uso eficiente del espacio
 - Generación de ingresos para reducir la pobreza

III. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA/ CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. ▪ Traduce datos y condiciones	TRIGONOMETRÍA □ Razones trigonométricas de ángulos agudos. □ Identidades de R.T.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica las razones trigonométricas relacionadas con un triángulo rectángulo. ▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, ángulos de elevación y depresión.

<p>expresiones algebraicas.</p> <ul style="list-style-type: none"> Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. <p>Resuelve problemas de forma, movimiento y localización</p> <ul style="list-style-type: none"> Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> Razones trigonométricas de ángulos notables. Razones trigonométricas de ángulos verticales. Razones trigonométricas en posición normal. R. T. de ángulos cuadrantales. Reducción de ángulos al primer cuadrante. <p>SISTEMAS DE INECUACIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Inecuaciones lineales. Sistemas de inecuaciones lineales con dos variables. Programación lineal 	<p>...ersa de una razón dada y de ángulos complementarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> Resuelve ejercicios sobre razones trigonométricas inversas y de ángulos complementarios. Expresa las propiedades de un triángulo rectángulo notable usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas. Plantea conjeturas respecto a las razones trigonométricas de ángulos notables. Expresa los lados de un triángulo en función de la longitud de otro de sus lados y la razón trigonométrica de uno de sus ángulos. Interpreta representaciones gráficas y notaciones matemáticas. Resuelve triángulos rectángulos conociendo las medidas de dos de sus lados, de un lado y un ángulo. Examina propuestas de modelos referidos a razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, al plantear y resolver problemas. Calcula correctamente el seno, coseno y tangente de ángulos agudos empleando triángulos rectángulos y relaciones métricas. Aplica las razones trigonométricas para determinar alturas, distancias y longitudes en situaciones reales o modeladas. Justifica los procedimientos empleados mediante representaciones gráficas o geométricas. Reconoce y utiliza identidades trigonométricas fundamentales (pitagórica, cociente, recíprocas). Simplifica y transforma expresiones trigonométricas usando identidades para resolver cálculos o ecuaciones. Explica cómo las identidades facilitan la resolución de problemas complejos. Determina las razones trigonométricas de ángulos notables sin calculadora usando modelos geométricos. Resuelve problemas prácticos aplicando ángulos notables para obtener medidas exactas o aproximadas. Relaciona los valores notables con triángulos especiales (isósceles, equilátero). Identifica ángulos verticales y establece la igualdad de sus razones trigonométricas. Argumenta por qué las razones trigonométricas son iguales en ángulos verticales utilizando representaciones geométricas. Resuelve problemas aplicando la relación entre ángulos verticales y sus razones. Ubica ángulos en el plano cartesiano en posición normal indicando su dirección y sentido. Determina seno, coseno, tangente y signos de cada razón según el cuadrante. Interpreta movimientos o giros representados en posición normal para resolver situaciones de desplazamiento o orientación. Reconoce los valores de las razones trigonométricas en ángulos cuadrantales. Determina los casos en que una razón trigonométrica es cero, uno o está indefinida. Aplica estos valores para simplificar cálculos y verificar coherencia en ejercicios. Reduce correctamente ángulos mayores de 90° al primer cuadrante indicando el signo correspondiente.
---	---	---

		<p>..... simplificar cálculos trigonométricos en situaciones diversas.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Explica cómo la reducción de ángulos facilita la resolución de problemas con ángulos muy grandes o negativos. ▪ Emplea procedimientos matemáticos y propiedades para resolver problemas de sistemas de ecuaciones lineales. ▪ Justifica la obtención del conjunto solución de una ecuación e inequación lineal. ▪ Emplea la representación simbólica de un sistema de dos ecuaciones lineales para expresar otras representaciones equivalentes. ▪ Emplea métodos para resolver problemas de sistemas de dos ecuaciones lineales. ▪ Analiza y explica el razonamiento para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con parámetros. ▪ Examina propuestas de modelos referidos a sistemas de ecuaciones lineales. ▪ Expresa de forma gráfica un sistema de ecuaciones lineales por el método gráfico. ▪ Emplea el método de Gauss para resolver problemas de sistemas de tres ecuaciones lineales. ▪ Elabora tablas de doble entrada que relaciona datos de un problema de programación lineal. ▪ Determina la región factible como el conjunto del plano que cumple las condiciones del problema de programación lineal.
SE DESENVUELVE EN ENTORNOS VIRTUALES GENERADOS POR LAS TIC <ul style="list-style-type: none"> ● Gestiona información del entorno virtual. ● Interactúa en entornos virtuales. 	DESEMPEÑOS	MATERIALES Y/O RECURSOS
	<ul style="list-style-type: none"> ● Clasifica información de diversas fuentes y entornos teniendo en cuenta la pertinencia y exactitud del contenido reconociendo los derechos de autor. ● Participa en actividades interactivas y comunicativas de manera pertinente cuando expresa su identidad personal y sociocultural en entornos virtuales determinados, como redes virtuales, portales educativos y grupos en red. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Internet ● Laptop ● Computadoras
GESTIONA SU APRENDIZAJE DE MANERA AUTÓNOMA <ul style="list-style-type: none"> ● Define metas de aprendizaje. ● Organiza acciones estratégicas para alcanzar sus metas de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de la tarea, formulándose preguntas de manera reflexiva. ● Organiza un conjunto de estrategias y procedimientos en función del tiempo y de los recursos de que dispone para lograr las metas de aprendizaje de acuerdo con sus posibilidades. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Realiza sus tareas ● Emplea estrategias para realizar sus tareas ● Evalúa sus tareas

ENFOQUE TRANSVERSAL	EJEMPLO DE ACTIVIDADES OBSERVABLES		
	VALORES	ACTITUDES QUE SUPONEN	SE DEMUESTRA CUANDO
		Disposición para adaptarse a los cambios, modificando si fuera necesario la propia conducta para alcanzar determinados objetivos cuando surgen dificultades,	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Docentes y estudiantes comparan, adquieren y emplean estrategias útiles para aumentar la eficacia de sus esfuerzos en el logro de los objetivos que se proponen. ▪ Docentes y estudiantes demuestran flexibilidad para el cambio y la

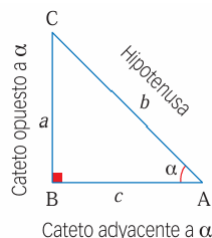
Enfoque Búsqueda de la Excelencia	Flexibilidad y apertura.	situaciones nuevas.	instancias diversas, orientados a objetivos de mejora personal o grupal.
	Superación personal.	Disposición a adquirir cualidades que mejoraran el propio desempeño y aumentarán el estado de satisfacción consigo mismo y con las circunstancias.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Docentes y estudiantes utilizan sus cualidades y recursos al máximo posible para cumplir con éxito las metas que se proponen a nivel personal y colectivo. ▪ Docentes y estudiantes se esfuerzan por superarse, buscando objetivos que representen avances respecto de su actual nivel de posibilidades en determinados ámbitos de desempeño.

IV. SECUENCIA DE SESIONES DE APRENDIZAJE

SESIÓN 1 (02 HORAS)	SESIÓN 2 (02 HORAS)
<p>Título de la sesión: Hallamos las Razones Trigonométricas de ángulos agudos</p> <p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.</p> <p>Conocimientos -Razones trigonométricas de ángulos agudos</p> <p>Actividades -Es importante que iniciemos recuperando los saberes previos de los estudiantes para tomarlo como punto de referencia y promover la construcción de los nuevos aprendizajes y desarrollar sus capacidades. Preguntamos: ¿Cuál es la característica de un triángulo rectángulo? (La medida de uno de sus ángulos interiores es 90°). ¿Todos los triángulos presentan hipotenusa? (Solo lo encontramos en los triángulos rectángulos). ¿Qué teorema fundamental se cumple en los triángulos rectángulos? ¿Cuándo se aplica? (El teorema de Pitágoras y se aplica cuando se desea conocer uno de sus lados, conociendo los otros dos). ¿Qué es la razón? (Es el cociente entre dos números o cantidades comparables entre sí, expresados como fracción). Enfatizamos que el teorema de Pitágoras solo se puede aplicar en los triángulos rectángulos. -Destacamos que las razones trigonométricas son cantidades numéricas o adimensionales, es decir, no poseen unidades. En el ejemplo, hacemos notar que se desconoce la medida del cateto opuesto. Por ello, se emplea el teorema de Pitágoras para calcularlo. Previamente al ejemplo, recordamos el procedimiento para transformar un número decimal en fracción; empleamos ejemplos como: $0,3 = 3/10$; $2,3 = 23/10$; $0,8 = 8/9$; $0,32 = 32/99$. -Para las actividades 1 a la 5, sugerimos que, en primer lugar, deben hallar la medida del lado faltante, empleando el teorema de Pitágoras y, luego, que verifiquen cada una de las afirmaciones aplicando los algoritmos, según sea el caso. En las actividades 6 y 7, sugerimos que apliquen la estrategia desarrollada en el ejemplo 7, mientras que, en la actividad 8, hacemos ver si se conoce el valor de una de las razones trigonométricas; las restantes se pueden calcular construyendo un triángulo rectángulo. En la actividad 9,</p>	<p>Título de la sesión: Hallamos las Razones Trigonométricas inversas</p> <p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.</p> <p>Conocimientos -Razones trigonométricas inversas</p> <p>Actividades -Presentamos empleando un papelógrafo el triángulo rectángulo de 53° y 37°, con todos sus elementos; solicíteles que determinen las razones trigonométricas del menor ángulo. Luego, pedimos que analicen los resultados obtenidos y que establezcan regularidades. Previamente, recordamos que dos números son recíprocos (o inversos) si, al multiplicarlos, su producto resulta la unidad. Pedimos que identifiquen qué razones trigonométricas son recíprocas (seno y cosecante; coseno y secante; tangente y cotangente). Señalamos que los ángulos tienen la misma medida. Reforzamos lo trabajado, planteando las siguientes situaciones: Calculen el recíproco del $\text{sen } 30^\circ$ ($\text{csc } 30^\circ$); $\text{cos } 50^\circ$ ($\text{sec } 40^\circ$); $\tan(x + 3^\circ)$ ($\text{cot}(x + 3^\circ)$); $\text{sen } x^\circ$ ($\text{csc } x^\circ$) y $\text{cos } 2x^\circ$ ($\text{sec } 2x^\circ$). -Invitamos a revisar el desarrollo del ejemplo. Hacemos notar que el seno y la cosecante son recíprocos porque su producto es 1, por eso, se igualan los ángulos. En el ejemplo, destacamos que el producto de dos razones inversas es la unidad y pedimos que indiquen en qué casos se aplica esta propiedad; asimismo, preguntamos: ¿Qué pasó con la $\text{sec}(y + 22^\circ)$? (Se transformó en $1/\cos(y + 22^\circ)$ por la propiedad $\text{sec } \beta = 1/\cos \beta$). En el ejemplo, promovemos el análisis en los estudiantes planteando la siguiente interrogante: ¿Qué otra estrategia se pudo emplear para hallar α? (Se observa en la primera expresión que la diferencia de los cosenos es cero. Para que ocurra esto, los ángulos deben medir igual y esto permitió hallar α). -Aprovechamos el triángulo inicial para solicitarles que determinen las razones trigonométricas de los ángulos de 37° y 53°; pida que establezcan regularidades ($\text{sen } 37^\circ = \text{cos } 53^\circ$; $\text{cos } 37^\circ = \text{sen } 53^\circ$; $\tan 37^\circ = \text{cot } 53^\circ$, etc.). Pedimos una conclusión. (La razón trigonométrica de un</p>

proponemos que apliquen la misma 9; por ello, deben asignar variables a los lados del triángulo. En la actividad 10, resaltamos que la expresión a calcular está en función del seno y que para representarlo necesitamos conocer la hipotenusa. Sugerimos que apliquen el teorema de Pitágoras.

-Enfatizamos que las razones trigonométricas son cantidades numéricas que se determinan relacionando mediante el cociente las medidas de los lados de un triángulo rectángulo.



seno	$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cat. op.}}{\text{hip.}} = \frac{a}{b}$
coseno	$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cat. ad.}}{\text{hip.}} = \frac{c}{b}$
tangente	$\text{tan } \alpha = \frac{\text{cat. op.}}{\text{cat. ad.}} = \frac{a}{c}$

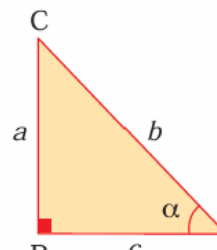
cosecante	$\text{csc } \alpha = \frac{\text{hip.}}{\text{cat. op.}} = \frac{b}{a}$
secante	$\text{sec } \alpha = \frac{\text{hip.}}{\text{cat. ad.}} = \frac{b}{c}$
cotangente	$\text{cot } \alpha = \frac{\text{cat. ad.}}{\text{cat. op.}} = \frac{c}{a}$

Reforzamos con el

inicio de la páginas de su libro. Planteamos que hallen las co-razones de: $\text{sen } 20^\circ$ ($\text{cos } 70^\circ$); $\text{cos } \pi/3$ ($\text{sen } \pi/6$); $\text{tan } 3x$ ($\text{cot } (90^\circ - 3x)$).

-Consolidamos indicando que dos razones trigonométricas son recíprocas si sus ángulos presentan la misma medida y su producto es 1; asimismo, que dos co-razones son iguales si sus ángulos son complementarios.

-Para consolidar sus aprendizajes, proponemos la siguiente situación: El perímetro de un triángulo rectángulo es 360 cm. Si la tangente de uno de sus ángulos agudos es 2,4, ¿Cuánto mide el cateto mayor? (Mide 144 cm).



$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tan } \alpha$	$\text{cot } \alpha$	$\text{sec } \alpha$	$\text{csc } \alpha$
$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{b}{a}$



SESIÓN 3 (02 HORAS)

Título de la sesión: Hallamos las Razones Trigonométricas de ángulos notables

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

-Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

-Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Conocimientos

-Razones trigonométricas de ángulos notables

--Razones trigonométricas de 30° , 60° , 45° , 37° y 53°

--Razones trigonométricas de 15° , 75° , 8° , 82° , 16° y 74°

Actividades

-Comprobamos si han comprendido la lectura inicial a partir de las siguientes interrogantes: ¿Qué características observas en los triángulos? (Se conocen las relaciones de sus lados). ¿Por qué las medidas de los lados están multiplicadas por k? (Debido a que la medida de sus lados presenta una proporcionalidad).

-Proponemos que revisen la tabla donde se presentan las razones trigonométricas. Explicamos que si en el denominador de una fracción hay una raíz se debe racionalizar. Evidenciamos que el procedimiento de la racionalización se empleó para hallar la tangente y la secante de 30° .

SESIÓN 4 (03 HORAS)

Título de la sesión: Hallamos la Resolución de Triángulos Rectángulos

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

-Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones

-Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.

-Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

Conocimientos

-Resolución de triángulos rectángulos

Actividades

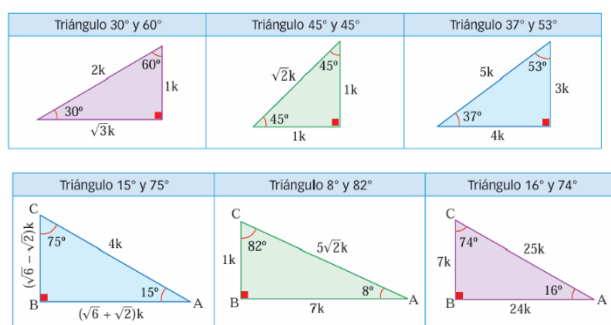
-Proponemos que construyan un triángulo rectángulo con las siguientes características: uno de sus ángulos agudos debe medir 23° y que sus catetos midan 5 cm y 12 cm. Luego, pedimos que determinen sus demás elementos. Explicamos que han realizado la resolución de un triángulo rectángulo que consiste en determinar la medida de sus dos ángulos agudos y las longitudes de sus tres lados. Enfatizamos que para resolver cualquier triángulo se necesitan conocer tres de sus elementos y para un triángulo rectángulo bastará conocer dos, porque el ángulo recto es un dato implícito.

-Aseguramos que todos los estudiantes cuenten con una calculadora científica. Enseñamos a calcular los ángulos

-En el ejemplo, hacemos notar que se complementan las relaciones establecidas en el triángulo rectángulo de 53° y 37° y que para resolver el problema solo se necesita conocer los catetos del triángulo porque se pide calcular la tangente. En el ejemplo, destacamos que se inició a partir del triángulo de 74° y 16° , para luego aplicar el de 53° y 37° . Para reforzar sus aprendizajes, invitamos a desarrollar la sección “Razona y argumenta”.

-En la actividad 8, hacemos ver que deben establecer triángulos rectángulos. (Sugerimos que tracen una altura desde el vértice B); asimismo, indicamos que deben iniciar la resolución a partir del triángulo rectángulo del que se conoce la medida de uno de sus lados. Para la actividad 9, indagamos qué actividad se puede tomar como modelo (la actividad 6). Mientras que en las actividades 10 y 11, sugerimos que primero determinen las medidas de los ángulos; después de ello, recién deben establecer las medidas de los lados del triángulo en función de las relaciones métricas de los triángulos notables.

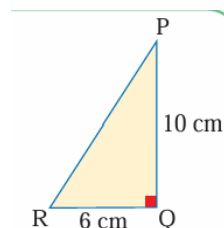
-Resaltamos que los triángulos rectángulos notables nos permitirán determinar el valor numérico de algunas razones trigonométricas; asimismo, indicamos que no es necesario memorizar dichos valores, bastará con recordar las relaciones de las medidas de los lados en los triángulos rectángulos notables.



gonométricas. Para complementar, solicitamos que revisen la sección “Importante”, donde se dan las pautas para el uso de la calculadora.

-Para las actividades de la 1 a la 9, sugerimos que empleen la misma estrategia utilizada en el ejemplo. Preguntamos: ¿Con cuál ejemplo se puede asociar la actividad 10? (Con el ejemplo, pues se conoce la medida de sus catetos). ¿La estrategia de qué ejemplo te ayudaría en las actividades 11 y 12? (La del ejemplo, porque se tiene como dato uno de los ángulos y la longitud de uno de los catetos). Hacemos notar la necesidad de hacer trazos auxiliares para resolver algunos problemas como en la actividad 13. (Se hará un trazo auxiliar que pase por el punto G, y de esa manera podrán generar triángulos rectángulos que pueden resolverlos para poder calcular la longitud de un lado del cuadrado). En la actividad 14, resaltamos que la longitud de AC estará en función de las tres variables, por lo que no es necesario calcular sus valores; para ello, deben establecer una expresión que relacione las tres variables. Mencionamos que, en este caso, también deben realizar un trazo auxiliar (la altura).

-Destacamos que para resolver un triángulo rectángulo debemos conocer como mínimo dos elementos más. (Que recuerden que ya se conoce el ángulo recto). Preguntamos: ¿Se podrá resolver un triángulo rectángulo si se conocen solo sus ángulos? (No, es necesario que uno de los datos sea no angular).



SESIÓN 5 (02 HORAS)

Título de la sesión: Aplicamos Ángulos de elevación y de depresión

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

-Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

Conocimientos

-Ángulos de elevación y de depresión

Actividades

-Proponemos la siguiente situación y pida que identifiquen el ángulo de elevación y de depresión: Delia vive en un departamento que se encuentra en el tercer piso. Una mañana al salir a su balcón, observó una paloma en la cima de un edificio y, al bajar la mirada, vio en la base del mismo edificio a un gato sentado, con la mirada fija en el ave. (El ángulo de elevación se presenta cuando Delia mira a la paloma y también cuando el gato observa al ave, mientras que el ángulo de depresión se da cuando Delia observa al gato).

-Para complementar, invitamos a que den lectura a las definiciones de ángulo de elevación y depresión; fijamos la atención de los estudiantes en las figuras del margen, donde se muestra la representación gráfica de dichos ángulos. Enfatizamos que siempre se tiene que trazar una

SESIÓN 6 (03 HORAS)

Título de la sesión: Resolvemos Sistema de dos ecuaciones lineales

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

-Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

-Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

-Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Conocimientos

-Sistema de dos ecuaciones lineales

-Clases de sistemas lineales

-Sistemas equivalentes

-Sistema de ecuaciones lineales con parámetros

-Métodos de resolución

--Método de reducción

--Método de sustitución

--Método de igualación

Actividades

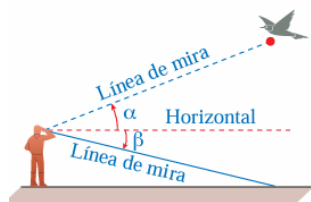
-Resaltamos que en diversos contextos se presentan situaciones problemáticas con dos incógnitas, lo cual implica plantear dos ecuaciones lineales formando un sistema lineal. Complementamos con ejemplos sencillos como: Carlos y su hijo pagaron 25 soles para entrar al

línea horizontal como referencia y c , altura de la vista del observador.

-Explicamos que estos temas corresponden a una parte aplicativa de la resolución de los triángulos rectángulos. Invite a los estudiantes a que revisen al desarrollo del ejemplo. Resaltamos que, en este caso, se forma un triángulo rectángulo. En la actividad 1, hacemos ver que se conoce un cateto y se pide calcular la longitud del otro cateto. Esta información nos permite deducir que las razones trigonométricas que pueden usarse son la tangente y la cotangente.

-En la actividad 2, resaltamos que la línea horizontal de referencia viene a ser el nivel del suelo y que el ángulo de elevación permite construir el triángulo rectángulo. Previamente al ejemplo, recordamos que los ángulos alternos internos son congruentes.

-Es importante destacar que, en estos problemas, se buscan formar triángulos rectángulos, considerando una parte de la línea visual como la hipotenusa y a la línea horizontal como un cateto. Afirmamos que los ángulos de elevación y de depresión son congruentes porque son ángulos alternos internos. Proponemos: Para sostener una torre de telefonía, se usaron tres cables de 22 m cada uno, los que se sujetaron de anclas que están en el suelo. Si los cables forman con la torre un ángulo de 37° , ¿Qué altura tiene la torre, si los cables lo sujetan del extremo superior y además 2,4 m de la torre queda en la cimentación? (20 metros).



Donde:

α es el ángulo de elevación.

β es el ángulo de depresión.

7 soles más que la

de su hijo. Calcula el valor de cada entrada. (16 y 9 soles).

-Motivamos a leer la definición de sistemas equivalentes. Resaltamos que en los ejemplos 1 y 2 se obtienen sistemas equivalentes, sumando o restando una misma cantidad a ambos miembros de la ecuación o también se puede proceder dividiendo o multiplicando por una misma cantidad, distinta de cero, a todos los términos de la ecuación. Hacemos notar que esta estrategia la aplicarán en las actividades 1 y 2.

-Centramos la atención en la definición de sistemas de ecuaciones lineales con parámetros y luego interroga: ¿Cuándo un sistema lineal tiene parámetros? (Si uno de los coeficientes o el término independiente es una letra). ¿Cómo se determina el conjunto solución? (Evaluando el comportamiento del parámetro). Previamente a las actividades 3 y 4, enfatizamos que la división con el cero es indeterminada, es decir, no tiene solución. Complementamos invitándoles a resolver y a socializar la actividad de la sección "Razona y argumenta".

-Previo al desarrollo de las actividades 5 a la 7 es importante destacar que, en primer lugar, debemos identificar las variables que intervienen en cada uno de los problemas. Para ello, pedimos que utilicen la técnica del subrayado. Resaltamos que si se tiene en las ecuaciones coeficientes fraccionarios se deben eliminar los denominadores. Para ello, sugerimos que multipliquen a cada uno de los términos de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores, obteniendo un sistema equivalente con coeficientes enteros.

-Consolidamos los aprendizajes invitando a resolver la siguiente situación: En un almacén hay dos modelos de lámparas: las Lumen que utilizan tres bombillas y las Bastón de seis bombillas. Hay en total 35 lámparas y 150 bombillas. ¿Cuántas lámparas hay de cada clase? (20 Lumen y 15 Bastón).

SESIÓN 7 (03 HORAS)

SESIÓN 8 (03 HORAS)

Título de la sesión: Aplicamos el Método Gráfico

Título de la sesión: Resolvemos Sistema de tres ecuaciones lineales

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
- Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
- Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Conocimientos

- Método Gráfico
- Sistema compatible determinado
- Sistema compatible indeterminado
- Sistema incompatible

Actividades

-Recordamos que toda ecuación lineal (de primer grado) con dos variables se representa con una recta. Preguntamos: ¿Cuántos puntos se necesitan para graficar una recta? (Bastará con dos puntos). Proponemos el siguiente ejemplo: Realiza la representación gráfica de $-2x + y = 4$ (Despejando y tendremos $y = 2x + 4$; luego, elaboramos la tabla para hallar dos puntos y, finalmente, graficamos). Remarcamos que las coordenadas de cualquier punto de la recta cumplen con la ecuación dada.

COMPETENCIA/CAPACIDADES:

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Conocimientos

- Sistema de tres ecuaciones lineales
- Método de Gauss

Actividades

-Explicamos que si encontramos una situación problemática donde intervienen tres incógnitas su resolución exige que formemos un sistema lineal de tres ecuaciones de primer grado con tres incógnitas. Resaltamos que para resolver un sistema lineal de tres incógnitas se tiene que transformarlo a un sistema lineal escalonado.

-En las actividades 1 a la 3 sugerimos que inicien escribiendo la matriz rectangular aumentada. Luego, deben reconocer la diagonal principal y esto les permitirá identificar los elementos que se anularán para formar la matriz triangular. Para ello, deben aplicar los tres pasos del método.

<p>-Pedimos que lean acerca del n evalúen las gráficas que representan las soluciones de un sistema lineal (determinado, indeterminado e incompatible). Preguntamos: ¿En qué consiste el método gráfico? ¿Cómo reconocer en el gráfico que el sistema lineal es compatible determinado? (Se reconoce cuando las rectas se cortan en un único punto). ¿Indeterminado? (Si las rectas son coincidentes, es decir, se superponen). ¿Qué ocurre en la representación gráfica de un sistema lineal incompatible? (Las rectas que representan a las ecuaciones no se cortan, son paralelas). Comprobamos el aprendizaje con las actividades 1 a la 5.</p> <p>-Al analizar el ejemplo, destacamos que al despejar la variable y en las ecuaciones encontramos que los coeficientes de x son iguales lo que implica que las gráficas de las ecuaciones serán dos rectas paralelas (sistema lineal incompatible). Señalamos que si al simplificar las ecuaciones, estas fueran iguales, entonces afirmaremos que las dos rectas serán coincidentes (el sistema lineal compatible indeterminado con infinitas soluciones). Al examinar el ejemplo; resaltamos que si existe un conjunto solución por ser rectas secantes, y que este conocimiento nos servirá en las actividades 6 y 7. Remarcamos la importancia que tienen las diversas fuentes de trabajo como son los diversos comercios que van creando las personas según las demandas que exige el mercado y que son fuentes de ingreso económico. Luego, pedimos que respondan a la pregunta del ejemplo.</p> <p>-Consolidamos indicando que si las rectas de las ecuaciones se cortan en un único punto, el sistema tendrá una única solución; si se superponen, tendrá infinitas soluciones, y si no se cortan, no tendrá solución.</p>	<p>1 4 deben ordenar primero las ecuaciones haciendo que una misma variable se encuentre alineada en la misma columna y si hubiera denominadores deben eliminarlos multiplicando todos los términos de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores. Pedimos que resuelvan la actividad propuesta en la sección “Usa estrategias y procedimientos” y que luego compartan sus procedimientos y respuestas con el resto de estudiantes; esto permitirá comprobar si han interiorizado el nuevo aprendizaje.</p> <p>-Enfatizamos que para resolver las actividades 5 a la 10, deben identificar primero las variables que intervienen en la situación problemática; luego, plantear el sistema con las tres ecuaciones lineales. Indicamos que si en una de las ecuaciones no están representadas las tres variables deben complementar sus coeficientes con cero en la incógnita faltante (esa situación se presenta en la actividad 9)</p> <p>-Consolidamos indicando que el método de Gauss se utiliza para resolver un sistema de tres ecuaciones lineales y obtener las soluciones mediante la reducción del sistema dado a uno que sea equivalente y escalonado. En este nuevo sistema, cada uno de las ecuaciones tendrá una incógnita menos que la anterior.</p> <p>-Planteamos: Eliana, una madre de 35 años de edad descubrió que al sumar las edades de sus tres hijos obtenía su edad; pero, si sumaba la edad de su hijo mayor con el doble de la edad del hijo menor, obtenía 31 años. Finalmente, si sumaba la edad del segundo hijo con el doble de la edad de su hijo mayor y le restaba la edad del hijo menor, obtenía su edad disminuida en un año. Halla las edades de los hijos de Eliana. (8; 12 y 15 años).</p>
SESIÓN 9 (02 HORAS)	SESIÓN 10 (02 HORAS)
Título de la sesión: Resolvemos Sistema de inecuaciones lineales	Título de la sesión: Conocemos Introducción a la Programación Lineal
<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. -Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. -Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Sistema de Inecuaciones Lineales --Inecuación lineal con dos incógnitas -Sistema de Inecuaciones Lineales con dos incógnitas <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Fijamos la atención de los estudiantes en la definición de inecuación lineal que se presenta al inicio de la página. Enfatizamos que hay cuatro posibles formas de representar una inecuación lineal con dos incógnitas, las que variarán de acuerdo con la desigualdad ($<$, $>$, \leq, \geq) que se emplee. Su solución estará conformada por un conjunto de pares ordenados que pertenecen al producto cartesiano \mathbb{R}^2; es decir, será una porción del plano. -Revisamos con los estudiantes el desarrollo de los ejemplos, que servirán de soporte para desarrollar las actividades 1 a la 6 del texto escolar y las actividades 1 y 2 de libro de trabajo. Hacemos notar que la resolución de la inecuación se realiza mediante una representación gráfica y, para ello, deben transformar la inecuación en una ecuación lineal. Luego se despeja la variable y obteniendo 	<p>COMPETENCIA/CAPACIDADES: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. -Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. <p>Conocimientos</p> <ul style="list-style-type: none"> -Introducción a la Programación Lineal <p>Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> -Iniciamos el diálogo acerca de las aplicaciones que tiene la programación lineal en diversos campos, como por ejemplo en la industria farmacéutica, la economía, la producción, entre otros, donde se busca optimizar (maximizar y minimizar) una función lineal denominada función objetivo. Enfatizamos que para resolver un problema de programación lineal se deben seguir estos pasos: el planteamiento, la determinación de la región factible y determinar la solución óptima. -Pedimos a los estudiantes que lean el texto referente a la introducción a la programación lineal y el planteamiento. Para comprobar si han comprendido, planteamos las siguientes interrogantes: ¿Cuántos pasos presenta la fase del planteamiento? (Presenta cuatro pasos). ¿Cómo se representan las restricciones? (Empleando inecuaciones). ¿En un problema de programación lineal que se debe

<p>la ecuación de una recta (denominada como la recta de corte) que divide el plano en dos regiones (semiplanos) una a cada lado de la recta, por ello se le conoce como la frontera. Explicamos que si la inecuación es de la forma $f(x; y) > 0$ o $f(x; y) \geq 0$ la solución está por debajo de la frontera y si se diera el caso de $f(x; y) < 0$ o $f(x; y) \leq 0$, la solución está por encima de la frontera. Remarque que si la inecuación presenta la forma $x > a$ o $x \geq a$, la solución está a la derecha de la frontera ($x = a$) y si fuera de la forma $x < a$ o $x \leq a$, la solución se encuentra a la izquierda.</p> <p>-Previo a las actividades 3 y 4, enfatizamos que para resolverlo primero deben calcular la solución de cada inecuación que conforman el sistema. Resaltamos que la intersección de los dos semiplanos es la solución del sistema. Sugerimos que empleen diferentes colores para sombrear las regiones, esto facilitará la identificación de la intersección. Complementamos invitándolos a que resuelvan la actividad propuesta en la sección “Comunica”.</p> <p>-Planteamos a los estudiantes la siguiente situación: Determine la región que es la solución del sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas: $x + y \leq 3$; $2x - y \geq 2$.</p>	<p>a maximizándola o minimizándola). Reforzamos invitando a que revisen la sección “Ten en cuenta”, donde se detallan los pasos que deben seguirse para resolver un problema de programación lineal.</p> <p>-Revisamos conjuntamente con los estudiantes el desarrollo del ejemplo 6. Previamente a las actividades 1 y 2, explicamos que primero deben analizar la información brindada en el problema para determinar los datos que servirán para resolver la situación. Luego, se debe elaborar una tabla de doble entrada para sistematizar toda la información (sugiera que coloquen en la parte superior horizontal las incógnitas y en las columnas deben ubicar las restricciones para el planteo de inecuaciones). Finalmente, se establece la función lineal objetiva que en este ejemplo nos permitirá encontrar el máximo ingreso.</p> <p>-Explicamos que optimizar es determinar la mejor manera de realizar una actividad buscando el uso eficiente de los recursos que se dispone. Matemáticamente, podemos indicar que optimizar es maximizar o minimizar (el primero de ellos consiste en determinar el valor del dominio que hace que la función tenga el máximo valor, mientras que en el segundo caso es encontrar el valor del dominio que haga que la función tenga el menor valor). Destacamos que las restricciones de no negatividad significan que las variables x y y son mayores o iguales que cero y que esto también nos asegura que la solución se encuentra en el cuadrante I.</p> <p>-Motivamos para que analicen el desarrollo del ejemplo 19. Para verificar si han comprendido, preguntamos: ¿Cuáles son las incógnitas en el problema? (El número de kilogramos de alimento concentrado, Vitatone y Creceplus). ¿Cuántas restricciones presenta la situación? (El problema está restringido por cinco inecuaciones). ¿En el problema se busca maximizar o minimizar? (Se busca minimizar la función objetivo). Sugerimos utilizar esta misma estrategia en las actividades 1 a la 6.</p> <p>-En las actividades 1 y 2, destacamos que el planteamiento de un problema de programación lineal consiste en establecer las restricciones mediante el planteamiento de inecuaciones y determinar la función objetivo.</p> <p>-Acompañamos el desarrollo de la actividad 3 preguntando: ¿Cuáles son las variables que intervienen? (El número de cajas y el número de cilindros que debe transportar un camión). ¿Qué se busca en el problema? (Se busca determinar las restricciones y la función objetivo). Asimismo, en la actividad 4 sugerimos que deben establecer 4 restricciones y que la función objetivo debe estar en relación con el pago que recibirá cada equipo de trabajo. En este caso, se busca maximizar.</p> <p>-Para resolver la actividad 5, sugerimos que organicen la información en una tabla de doble entrada; indicamos que deben ubicar en la primera fila superior los tipos de alimentos y en la primera columna los tipos de vitaminas que intervienen y el costo de los alimentos que servirá para calcular la función objetivo. De la misma forma deben proceder en la actividad 6.</p> <p>-Resaltamos que para resolver un problema de programación lineal se debe iniciar analizando la información para establecer las variables y restricciones que regirán la situación problemática.</p>
<p>SESIÓN 11 (02 HORAS)</p> <p>Título de la sesión: Hallamos la Determinación de la región factible</p>	<p>SESIÓN 12 (02 HORAS)</p>

COMPETENCIA/CAPACIDADE:

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

-Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Conocimientos

-Determinación de la región factible

Actividades

-Explicamos que la siguiente fase para resolver un problema de programación lineal es determinar la región factible que estará delimitada por todas las desigualdades de las restricciones y en ella encontraremos la solución al problema. Remarcamos que si la gráfica resulta un polígono cerrado, entonces la región factible está acotada, pero si no se forma un polígono significa que no se encuentra acotado.

-Resaltamos que para encontrar la región factible deben graficar las inecuaciones que se establecieron a partir de las restricciones. Recordamos que deben transformar las inecuaciones en ecuaciones y luego tabular para determinar dos puntos y poder graficar las rectas. Indicamos que la solución factible es cada par ordenado que satisfacen al conjunto de restricciones mientras que la solución factible básica es cada par ordenado que determina un vértice de la región factible. Para complementar invitamos a que revisen la sección “Ten en cuenta” donde se amplía aspectos relacionados con la región factible.

-Motivamos a los estudiantes para que evalúen el desarrollo del ejemplo 20. Preguntamos: ¿La región factible está acotada? (Sí, porque se obtuvo un cuadrilátero). ¿Cuántos sistemas lineales se han establecido? (Seis sistemas lineales). ¿Para qué sirven? (Sirven para hallar los vértices de la región factible). Para las actividades 1 y 2 enfatizamos que deben simplificar las inecuaciones y luego hallar los vértices de la región factible resolviendo los sistemas lineales. Es importante promover el valor del emprendimiento para poder generar en ellos el deseo de implementar creativamente diversas actividades económicas como fuentes de ingresos económicos, luego invite para que den respuesta a las preguntas planteadas al pie del ejemplo 20.

-Enfatizamos que para determinar la solución óptima deben evaluar la función objetivo en cada uno de los vértices de la región factible hasta encontrar el par ordenado $(x; y)$, que logre que la función alcance el valor máximo o el valor mínimo, esto facilitará resolver las actividades 3 y 4.

-Como autoevaluación pedimos que desarrollen la siguiente situación: Un sastre tiene 80 m^2 de tela de algodón y 120 m^2 de tela de lana. Un traje requiere 1 m^2 de tela de algodón y 3 m^2 de tela de lana, y un vestido de mujer requiere 2 m^2 de cada una de las dos telas. Calcula el número de trajes y vestidos que debe confeccionar el sastre para maximizar los beneficios, si un traje y un vestido se venden al mismo precio. (20 trajes y 30 vestidos).

Actividades complementarias

Determina las restricciones y la función objetivo

1. Sonia y Carlos ganan 10 millones de soles en una lotería y les aconsejan que los inviertan en dos tipos de acciones, A y B. Las de tipo A tienen más riesgos pero producen un beneficio anual del 10%. Las de tipo B son más seguras, pero producen solo el 7% anual.

Después de varias de
deciden invertir como máximo 6 millones en la compra de acciones A y, por lo menos, 2 millones en la compra de acciones B. Además, lo invertido en A sea por lo menos igual a lo invertido en B. ¿Cómo deberán invertir los 10 millones de soles para que el beneficio anual sea máximo?

2. Una empresa de transporte ofrece asientos no reclinables al precio de 100 soles y asientos camas a 600 soles. A los que eligen asientos no reclinables se les deja llevar 50 kg de peso y a los demás 20 kg. Si el ómnibus de la empresa tiene 90 asientos y admite un equipaje de hasta 3000 kg, ¿cuál será la oferta de asientos de la compañía para optimizar el beneficio?

V. EVALUACIÓN DE LOS APRE

COMPETENCIAS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	INSTRUMENTOS DE VALORACIÓN
<p>RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica las razones trigonométricas relacionadas con un triángulo rectángulo. ▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, ángulos de elevación y depresión. ▪ Identifica la razón trigonométrica inversa de una razón dada y de ángulos complementarios. ▪ Resuelve ejercicios sobre razones trigonométricas inversas y de ángulos complementarios. ▪ Expresa las propiedades de un triángulo rectángulo notable usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas. ▪ Plantea conjeturas respecto a las razones trigonométricas de ángulos notables. ▪ Expresa los lados de un triángulo en función de la longitud de otro de sus lados y la razón trigonométrica de uno de sus ángulos. ▪ Interpreta representaciones gráficas y notaciones matemáticas. ▪ Resuelve triángulos rectángulos conociendo las medidas de dos de sus lados, de un lado y un ángulo. ▪ Examina propuestas de modelos referidos a razones trigonométricas de ángulos agudos, notables, al plantear y resolver problemas. ▪ Calcula correctamente el seno, coseno y tangente de ángulos agudos empleando triángulos rectángulos y relaciones métricas. ▪ Aplica las razones trigonométricas para determinar alturas, distancias y longitudes en situaciones reales o modeladas. ▪ Justifica los procedimientos empleados mediante representaciones gráficas o geométricas. Reconoce y utiliza identidades trigonométricas fundamentales (pitagórica, cociente, recíprocas). ▪ Simplifica y transforma expresiones trigonométricas usando identidades para resolver cálculos o ecuaciones. Explica cómo las identidades facilitan la resolución de problemas complejos. ▪ Determina las razones trigonométricas de ángulos notables sin calculadora usando modelos geométricos. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Interpreta un problema contextualizado identificando variables, restricciones y el objetivo (maximizar o minimizar). ▪ Presenta un cuadro organizado donde define cada variable y cada restricción en lenguaje matemático. ▪ Construye la gráfica del sistema de inequaciones en el plano cartesiano. ▪ Identifica correctamente la región factible y la sombrea. ▪ Hallas los puntos vértice relevantes (intersecciones importantes) ▪ Halla el valor de la función objetivo en cada vértice de la región factible. ▪ Presenta un triángulo rectángulo con medidas reales e identifica cateto opuesto, adyacente e hipotenusa. ▪ Calcula sen, cos, tg y sus recíprocas usando medidas dadas o encontradas. ▪ Explica mediante un esquema o anotación cómo aplicó el teorema de Pitágoras o definiciones. ▪ Resuelve problemas de altura y distancia mostrando proceso y representación gráfica. ▪ Construye triángulos notables (isósceles o equilátero) y obtiene relaciones que explican valores notables. ▪ Presenta una tabla con los valores exactos de sen, cos, tg de 30°, 45° y 60°. ▪ Aplica valores en problemas contextualizados, mostrando cálculos y explicación. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rubrica ▪ Intervenciones orales ▪ Guía de evaluación ▪ Lista de cotejo ▪ Ficha de observación ▪ Trabajos prácticos ▪ Prueba de salida.

<p>RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO</p>	<ul style="list-style-type: none">▪ Resuelve problemas de triángulos rectángulos con ángulos notables para obtener medidas exactas o aproximadas. Relaciona los valores notables con triángulos especiales (isósceles, equilátero).▪ Identifica ángulos verticales y establece la igualdad de sus razones trigonométricas.▪ Argumenta por qué las razones trigonométricas son iguales en ángulos verticales utilizando representaciones geométricas.▪ Resuelve problemas aplicando la relación entre ángulos verticales y sus razones. Ubica ángulos en el plano cartesiano en posición normal indicando su dirección y sentido.▪ Determina seno, coseno, tangente y signos de cada razón según el cuadrante.▪ Interpreta movimientos o giros representados en posición normal para resolver situaciones de desplazamiento o orientación. Reconoce los valores de las razones trigonométricas en ángulos cuadrantales.▪ Determina los casos en que una razón trigonométrica es cero, uno o está indefinida.▪ Aplica estos valores para simplificar cálculos y verificar coherencia en ejercicios. Reduce correctamente ángulos mayores de 90° al primer cuadrante indicando el signo correspondiente.▪ Aplica fórmulas de reducción para simplificar cálculos trigonométricos en situaciones diversas.▪ Explica cómo la reducción de ángulos facilita la resolución de problemas con ángulos muy grandes o negativos.▪ Emplea procedimientos matemáticos y propiedades para resolver problemas de sistemas de ecuaciones lineales.▪ Justifica la obtención del conjunto solución de una ecuación e inecuación lineal.▪ Emplea la representación simbólica de un sistema de dos ecuaciones lineales para expresar otras representaciones equivalentes.▪ Emplea métodos para resolver problemas de sistemas de dos ecuaciones lineales.▪ Analiza y explica el razonamiento para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con parámetros.▪ Examina propuestas de modelos referidos a sistemas de ecuaciones lineales.	
--	---	--

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expres... .. ecuaciones lineales por el método gráfico. ▪ Emplea el método de Gauss para resolver problemas de sistemas de tres ecuaciones lineales. ▪ Elabora tablas de doble entrada que relaciona datos de un problema de programación lineal. ▪ Determina la región factible como el conjunto del plano que cumple las condiciones del problema de programación lineal. 	
--	--	--

VI. ORIENTACIÓN Y EVALUACIÓN

EVALUACIÓN	ORIENTACIONES
DIAGNÓSTICA	Se realizará la evaluación de entrada, en función de las competencias, capacidades y desempeños que se desarrollarán a nivel del grado.
FORMATIVA	Se evaluará la práctica centrada en el aprendizaje del estudiante, para la retroalimentación oportuna con respecto a sus progresos durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje; teniendo en cuenta la valoración del Desempeño del estudiante, la resolución de situaciones o problemas y la integración de capacidades creando oportunidades continuas, lo que permitirá demostrar hasta dónde es capaz de usar sus capacidades
SUMATIVA	Se evidenciarán a través de los instrumentos de evaluación en función al logro del propósito y de los productos considerados en cada unidad.

VII. MATERIALES Y RECURSOS

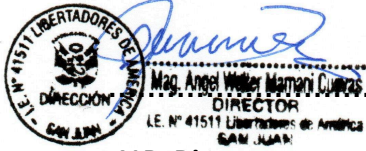
Para el docente:

- Fichas de Matemática 5°. Ministerio de Educación. Cuarta Edición Octubre 2024
- Internet y Laptop
- Proyector Multimedia, blackboard.
- Plataformas digitales
- Redes sociales (WhatsApp)
- Fichas de trabajo
- Textos escolares de Matemática
- Materiales didácticos concretos
- Currículo nacional de Educación Básica, MINEDU
- Manual para el docente, Matemática 5, 2019. Lima, Perú. Editorial Santillana.
- Manual para el docente, Matemática 5, 2024. Lima, Perú. Editorial Corefo.
-

Para el estudiante:

- Internet y computadora.
- Cuadernos, lapiceros, lápiz, juego de escuadras, plumones, calculadora., etc.
- Fichas de Matemática 5°. Ministerio de Educación. Cuarta Edición Octubre, 2024
- Redes sociales (WhatsApp)
- Textos del MED
- Materiales didácticos concretos
- Folletos, separatas, etc.

Dirección Regional de Educación AREQUIPA
Unidad de Gestión Educativa Local CONDESUYOS



V.B. Director

V.B. Coordinador

Docente
Lic. Roxana Ancalla Huamani